

**NOTA DE AULA****01****UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS**

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

Disciplina: FÍSICA GERAL E EXPERIMENTAL I (MAF 2201)

Coordenador: PROF. EDSON VAZ

**CAPÍTULOS: 01, 02, 03 e 04**

**OBS:** Esta nota de aula foi elaborada com intuito de auxiliar os alunos com o conteúdo da disciplina. Entretanto, sua utilização não substitui o livro<sup>1</sup> texto adotado.

**CAPÍTULO I – MEDIDAS****INTRODUÇÃO**

Por que estudar Física? Esta é uma pergunta que o aluno deve tentar responder antes de iniciar o estudo dos conceitos da Física. Uma das razões de estudar Física pode ser a de que cientistas de varias áreas diferentes usam idéias da Física, outro motivo é que a Física é uma das bases de toda Engenharia e tecnologia, pois, antes de projetar um dispositivo prático o engenheiro deve primeiro entender os princípios básicos nele envolvidos. Seja qual for a sua motivação, o aluno deve ter sempre em mente que a Física deve ser usada para resolver problemas práticos e compreender fenômenos que ocorrem no dia-a-dia. Durante o estudo o aluno deverá questionar, investigar, aprender a fazer perguntas, analisar e tirar conclusões apropriadas dos resultados.

**NOTAÇÃO CIENTÍFICA**

Para expressar as grandezas muito grandes e as muito pequenas, geralmente usamos a notação científica, que emprega potências de 10.

Um número qualquer pode ser expresso como o produto de um número compreendido entre 1 a 10, por uma potência de 10 adequada.

*Exemplos:*

$$52300 = 5,23 \cdot 10^4$$

$$0,00003 = 3 \cdot 10^{-5}$$

---

<sup>1</sup> HALLYDAY, D; RESNICK, R; e WALKER, J. *Fundamentos de Física*. Rio de Janeiro: LTC. V.1.

## ORDEM DE GRANDEZA

A ordem de grandeza mais próxima de um número é a potência de 10 mais próxima deste número. Números com diferenças grandes podem ter a mesma ordem de grandezas, portanto, a ordem de grandeza geralmente é utilizada em cálculos ou comparações grosseiras.

*Exemplos:*

A ordem de grandeza mais próxima de  $2,3 \cdot 10^4$  é  $10^4$

A ordem de grandeza mais próxima de  $7,8 \cdot 10^4$  é  $10^5$

## MEDINDO GRANDEZAS

As grandezas físicas devem ser medidas através de comparação com um padrão – por exemplo, metro para o comprimento e segundo para o tempo.

Os padrões fundamentais devem ser acessíveis e invariáveis. Se definirmos o padrão de comprimento como a distância entre o nariz da pessoa e o seu dedo indicador mantendo um braço estendido, temos certamente um padrão acessível que irá, obviamente variar de pessoa para pessoa. Então, este não é um bom padrão de referência.

Antigamente, as unidades de comprimento eram quase sempre derivadas das partes do corpo do rei de cada país: a jarda, o pé, a polegada.

## O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (Sistema Métrico)

Em 1971, a 14ª conferência geral sobre pesos e medidas escolheu sete grandezas como fundamentais formando desta maneira a base do Sistema Internacional de Unidades (S.I).

GRANDEZA	UNIDADE NO SI
Comprimento	metro (m)
Massa	quilograma (kg)
Tempo	segundo (s)
Corrente Elétrica	ampére (A)
Temperatura	kelvin (K)
Quantidade de Matéria	mol (mol)
Intensidade Luminosa	candela (cd)

As outras grandezas físicas são definidas em termos das grandezas fundamentais.

A seguir vamos citar o padrão das três grandezas fundamentais (comprimento, massa e tempo) que usaremos neste curso.

COMPRIMENTO: A unidade de comprimento – o metro – é definida com a distância percorrida pela luz durante um intervalo de tempo precisamente especificado.

TEMPO: A unidade de tempo – o segundo – é definida em termos das oscilações de luz emitida por uma fonte atômica (Césio – 133).

MASSA: A unidade de massa – o quilograma – é definida em termos de um protótipo particular de platina iridiada mantida próxima a Paris na França.

## **CAPÍTULO II – MOVIMENTO RETILÍNEO EM UMA DIMENSÃO**

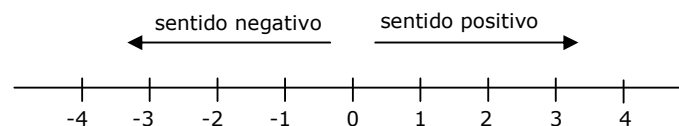
CINEMÁTICA: No estudo da cinemática, procuramos descrever os movimentos sem nos preocuparmos com suas causas.

PARTÍCULA: Dizemos que um corpo se comporta como uma partícula quando suas dimensões podem ser desprezadas em relação ao fenômeno estudado.

*Observação*: Pode-se considerar que um objeto se move como uma partícula, quando todas as partes deste objeto se movem na mesma direção e com a mesma rapidez.

O MOVIMENTO É RELATIVO: O movimento de um corpo visto por um observador, depende do referencial no qual o observador está situado, então, para determinar a posição, a trajetória ou a velocidade de um corpo devemos definir o sistema de referência.

POSICÃO: Localizar um objeto significa determinar a sua posição em relação a algum ponto de referência, freqüentemente a origem (ou ponto zero) de um eixo. A posição é positiva ou negativa, de acordo com o lado da origem em que a partícula está, ou zero se a partícula está na origem.



DESLOCAMENTO → O deslocamento é um grandeza vetorial (possui módulo, direção e sentido) que representa a mudança de posição. No eixo  $x$ , temos que

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

onde:

$x_1 \rightarrow$  é a posição 1 e  $x_2 \rightarrow$  é a posição 2

- O aluno não deve confundir o deslocamento (grandeza vetorial) com a distância percorrida (grandeza escalar).

VELOCIDADE MÉDIA ( $v_m$ ): A velocidade média é uma grandeza vetorial. Na direção  $x$ , é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

onde:  $\Delta x \rightarrow$  é o deslocamento ocorrido no intervalo de tempo  $\Delta t$

VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA (rapidez):

$$v_m = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo}}$$

- O aluno não deve confundir velocidade média (grandeza vetorial) com rapidez (grandeza escalar).

VELOCIDADE INSTANTÂNEA: A velocidade é uma grandeza vetorial. A velocidade em qualquer instante é obtida a partir da velocidade média, encolhendo o intervalo de tempo  $\Delta t$ , fazendo-o tender a zero. Devemos observar que a velocidade média dá uma idéia muito vaga da velocidade real do corpo, pois, considera apenas o tempo total do percurso sem levar em conta tempo de parada ou se o corpo está mais rápido ou mais lento em cada parte da trajetória.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- A velocidade é a taxa com que a posição da partícula  $x$  está variando com o tempo em um dado instante; ou seja, a velocidade é a derivada de  $x$  em relação a  $t$ .

UNIDADE DE VELOCIDADE: A unidade de velocidade no SI é o metro/segundo (m/s)

Cálculo da velocidade, usando o gráfico  $x \times t$  (posição contra o tempo).

Em um gráfico  $x \times t$ , a velocidade média para um intervalo de tempo  $\Delta t$  é o coeficiente angular da reta que liga os pontos sobre a curva que representam os extremos do intervalo. No mesmo gráfico, a velocidade em qualquer instante é a declividade da curva (ou coeficiente angular da reta tangente a curva) no ponto que representa aquele instante.

ACELERAÇÃO MÉDIA ( $a_m$ ): A aceleração é um grande vetorial.

Quando a velocidade de um partícula varia, diz-se que a partícula sofre uma aceleração. Para um movimento ao longo de um eixo, a aceleração média em um intervalo de tempo  $\Delta t$  é

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA: A aceleração é a taxa de variação da velocidade com o tempo (derivada da velocidade com o tempo) e a derivada segunda da posição em relação ao tempo.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

- Em um gráfico  $v \times t$ , a aceleração  $a$  em qualquer tempo  $t$  é a declividade da curva no ponto que representa  $t$ .

UNIDADE DE ACELERAÇÃO: A unidade de aceleração no SI é  $m/s^2$ .

Observe que o seu corpo reage a acelerações (ele é um acelerômetro), mas não a velocidades (ele não é um velocímetro). Quando você está em um carro viajando a 90 km/h ou em um avião viajando a 900 km/h, você não tem consciência corporal do movimento. Entretanto, se o carro ou o avião variar rapidamente sua velocidade, você pode perceber bem esta variação, talvez fique até apavorado por ela.

MOVIMENTO COM ACELERAÇÃO CONSTANTE: movimento uniformemente variando.

Para um movimento com aceleração constante temos que:

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{v_0}^v dv' = \int_0^t a dt' \Rightarrow v - v_0 = a \int_0^t dt' \Rightarrow v - v_0 = at$$

$$\boxed{v = v_0 + at} \longrightarrow \text{Equação da velocidade no MUV}$$

Onde:

$v \rightarrow$  é a velocidade no instante  $t$

$v_0 \rightarrow$  é a velocidade inicial

$a \rightarrow$  é a aceleração (constante)

Podemos determinar a equação de posição para este caso:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_0}^x dx' = \int_0^t v dt' \Rightarrow x - x_0 = \int_0^t (v_0 - at') dt'$$

$$\Rightarrow x - x_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}} \longrightarrow \text{Equação de posição do MUV}$$

isolando o tempo  $t$ , na equação da velocidade e substituindo na equação de posição podemos obter a equação

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a \Delta x} \longrightarrow \text{Equação de Torricelli}$$

Para o caso particular de movimento sem aceleração ( $a = 0$ ), a velocidade permanece constante e o movimento será uniforme. A equação de posição, para este caso é

$$\boxed{x = x_0 + v.t} \longrightarrow \text{Equação de Posição no MU.}$$

### ACELERAÇÃO DE QUEDA LIVRE

Se você arremessasse um objeto para cima ou para baixo e pudesse de alguma maneira eliminar os efeitos do ar no seu vôo, você acharia que o objeto está acelerado para baixo a uma certa taxa constante. Essa taxa é chamada de aceleração de queda livre, e seu módulo é representado por  $g$ . Neste caso a aceleração independe das características do objeto, ela é a mesma para todos os objetos.

O movimento em queda livre é um movimento retilíneo uniformemente variado na direção vertical. Para obter as equações para este movimento basta substituímos a aceleração ( $a = -g$ ) nas equações do MUV. Após a substituição, as equações se tornam

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g \Delta y$$

O módulo da aceleração de queda livre nas proximidades da superfície da terra é  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Quando substituimos a aceleração ( $a = -g$ ), estamos considerando o sentido positivo de  $y$  para cima e o sentido negativo para baixo.

## CAPÍTULO III – VETORES

### GRANDEZAS VETORIAIS E ESCALARES

As grandezas escalares ficam totalmente determinadas por um valor numérico e sua unidade.

Exemplos de grandezas escalares: temperatura, massa, comprimento, carga elétrica, trabalho, energia e potencial elétrico.

As grandezas vetoriais só ficam completamente determinadas quando são conhecidos o seu módulo, a sua direção, o seu sentido e sua unidade.

Exemplos de grandezas vetoriais: deslocamento, velocidade, aceleração, força, campo elétrico e campo magnético.

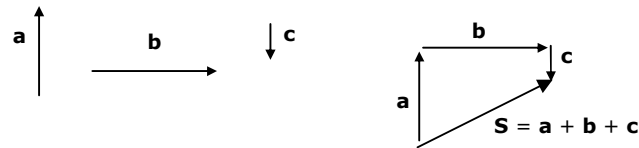
Cálculos com grandezas escalares envolvem operações da aritmética comum, mas os cálculos com grandezas vetoriais são diferentes. Como utilizaremos algumas grandezas vetoriais em nosso curso, apresentaremos, agora, uma análise sobre a soma vetorial.

### **SOMA DE VETORES**

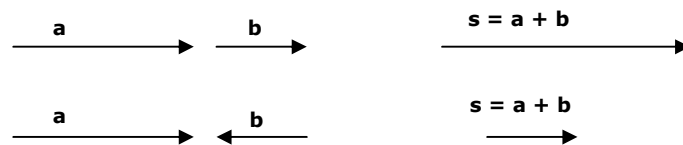
Para encontrar, graficamente, a resultante, **s**, da soma de dois vetores **a** e **b** traçamos o vetor **b** de modo que sua origem coincida com a extremidade do vetor **a**. Unindo a origem do vetor **a** com a extremidade do vetor **b**, obtemos a resultante **s**. Para encontrar a resultante da soma de vários vetores, traçamos os vetores de modo que a extremidade de um coincida com a origem do seguinte, e o vetor resultante é o vetor que une a origem do primeiro vetor com a

extremidade do último. A ordem em que os vetores são desenhados não faz diferença, tente verificar esta propriedade.

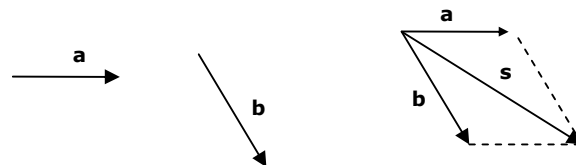
Como exemplo representamos o vetor soma,  $s$ , dos vetores  $a$ ,  $b$  e  $c$ .



Para o caso particular de dois vetores,  $a$  e  $b$ , de mesma direção e mesmo sentido, a soma,  $s$ , é um vetor na mesma direção e sentido dos vetores dados e o seu módulo é igual à soma dos módulos de  $a$  e  $b$ . Se,  $a$  e  $b$  têm a mesma direção e sentidos contrários, o módulo do vetor soma é dado pela diferença dos módulos de  $a$  e  $b$  sendo a sua direção e sentido, as mesmas do vetor de maior módulo. Estes casos estão representados nas figuras abaixo.

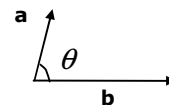


Se dois vetores não possuírem a mesma direção, a soma dos vetores pode ser dada pela regra do paralelogramo, que consiste em juntar as origens dos vetores e fechar um paralelogramo, o vetor resultante será dado pela diagonal deste paralelogramo, como está representado na figura abaixo.



O módulo do vetor resultante da soma entre os dois vetores  $a$  e  $b$ , pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta \quad \Rightarrow \quad s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$



onde:

$s, a, b \rightarrow$  são os módulos dos vetores  $s, a$  e  $b$ .

$\theta \rightarrow$  é o ângulo entre os vetores  $a$  e  $b$ .

Quando  $\theta = 90^\circ$ , temos que:

$$s = \sqrt{a^2 + b^2}$$

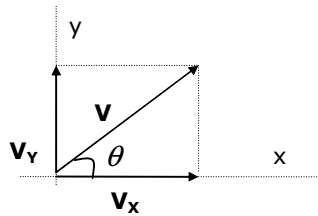


## COMPONENTES DE UM VETOR

A componente de um vetor, segundo uma direção, é a projeção (ortogonal) do vetor naquela direção. Por exemplo,  $V_x$  é a componente do vetor  $\mathbf{V}$  sobre o eixo  $x$  e  $V_y$  é a componente ao longo do eixo  $y$ .

## DECOMPOSIÇÃO DE UM VETOR

Ao determinarmos as componentes retangulares de um vetor  $\mathbf{V}$ , encontramos dois vetores  $\mathbf{V}_x$  e  $\mathbf{V}_y$  que, em conjunto, podem substituir o vetor  $\mathbf{V}$ , pois,  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y$ .



Temos que:

$$\text{sen } \theta = V_y / V \Rightarrow V_y = V \text{ sen } \theta$$

$$\text{cos } \theta = V_x / V \Rightarrow V_x = V \text{ cos } \theta$$

$$\text{tg } \theta = V_y / V_x$$

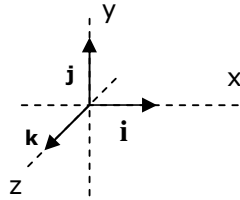
Estas relações nos permitem calcular os valores das componentes  $\mathbf{V}_x$  e  $\mathbf{V}_y$  quando conhecemos o módulo do vetor  $\mathbf{V}$  e o ângulo que ele forma com o eixo  $OX$ .

Quando conhecermos os valores das componentes  $\mathbf{V}_x$  e  $\mathbf{V}_y$ , o módulo do vetor  $\mathbf{V}$  poderá ser obtido por.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

## VETORES UNITÁRIOS:

Um vetor unitário é um vetor que possui um módulo exatamente igual a um e que aponta uma direção particular. O vetor unitário não possui unidade, e seu único propósito é especificar uma direção e sentido. Os vetores unitários nos sentidos positivos dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  são chamados de  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$ . A disposição dos eixos da figura abaixo é chamada de **sistema de coordenadas dextrogiro**. O sistema permanece dextrogiro se ele for girado rigidamente até uma nova orientação. Usaremos exclusivamente tal sistema de coordenadas nesta disciplina.



Os vetores podem ser escritos em função dos vetores unitários, por exemplo, um vetor  $\mathbf{V}$  pode ser escrito como:  $\mathbf{V} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$

A soma de dois vetores  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ , cada um representado por seus componentes, pode ser escrita em termos dos vetores unitários da seguinte forma:

$$\mathbf{S} = (A_x + B_x) \mathbf{i} + (A_y + B_y) \mathbf{j} + (A_z + B_z) \mathbf{k}$$

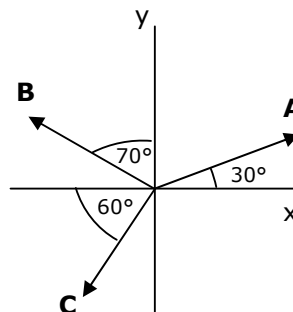
**Observação:**

As componentes de um vetor podem ser positivas ou negativas.

### EXERCÍCIO PROPOSTO

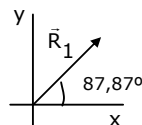
01. Na figura abaixo estão representadas os vetores  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$ . Determine, em termos de vetores unitários, e como um módulo, direção e sentido os vetores resultantes: Dados:  $A = 9 \text{ cm}$ ;  $B = 8 \text{ cm}$ ;  $C = 6 \text{ cm}$

- a)  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$
- b)  $\mathbf{A} + \mathbf{C}$
- c)  $\mathbf{B} + \mathbf{C}$
- d)  $\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$

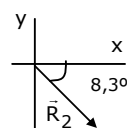


**RESPOSTA:**

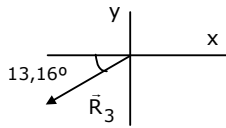
a).  $\vec{R}_1 = (0,27\hat{i} + 7,25\hat{j})\text{cm}$ ; 7,25cm



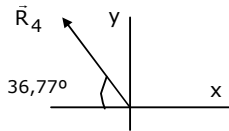
b).  $\vec{R}_2 = (4,79\hat{i} - 0,7\hat{j})\text{cm}$ ; 4,84cm



c).  $\vec{R}_3 = (-10,52\hat{i} - 2,46\hat{j})\text{cm}$ ; 10,80cm



d).  $\vec{R}_4 = (-2,73\hat{i} + 2,04\hat{j})\text{cm}$ ; 3,41cm



**OBS: ESTAMOS USANDO LETRAS EM NEGRITO PARA REPRESENTAR VETORES NO CAPÍTULO 03**

## **CAPÍTULO IV – Movimento em duas e três dimensões**

### VETOR POSIÇÃO ( $\vec{r}$ )

A localização de uma partícula em relação à origem de um sistema de coordenadas é dada por um vetor posição  $\vec{r}$ , que na notação de vetor unitário é

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

### VETOR DESLOCAMENTO ( $\Delta\vec{r}$ )

Quando uma partícula se move de tal forma que o seu vetor posição muda de  $\vec{r}_1$  para  $\vec{r}_2$ , então o deslocamento da partícula é

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$$

### VELOCIDADE MÉDIA ( $\vec{v}_m$ )

Se uma partícula sofre um deslocamento  $\Delta\vec{r}$  no tempo  $\Delta t$ , a sua velocidade média  $\vec{v}_m$  para este intervalo de tempo é

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

### VELOCIDADE INSTANTÂNEA ( $\vec{v}$ )

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$$

$$\text{sendo } \frac{dx}{dt} = v_x, \quad \frac{dy}{dt} = v_y \quad \text{e} \quad \frac{dz}{dt} = v_z,$$

$$\text{Temos que: } \vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

A velocidade instantânea de uma partícula em cada ponto está sempre na direção tangente à trajetória da partícula naquele ponto.

### ACELERAÇÃO MÉDIA ( $\vec{a}_m$ )

Quando a velocidade de uma partícula varia de  $\vec{v}_1$  para  $\vec{v}_2$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , sua aceleração média  $\vec{a}_m$  durante este intervalo de tempo  $\Delta t$  é

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

### ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA ( $\vec{a}$ )

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

Se a velocidade variar em módulo, direção ou sentido (ou em mais de um), a partícula terá uma aceleração.

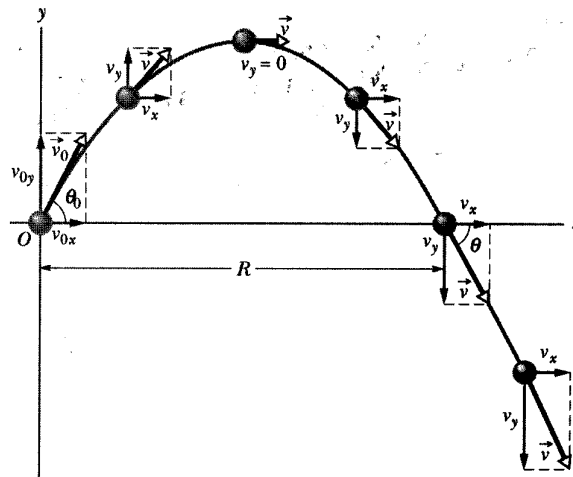
### MOVIMENTO DE UM PROJÉTIL

Movimento de um projétil, é o movimento de uma partícula que é lançada com uma velocidade  $\vec{v}_0$ . Durante o seu vôo, a aceleração horizontal da partícula é nula e a sua aceleração vertical é a aceleração de queda livre  $-g$  (o sentido positivo é escolhido para cima).

No movimento de um projétil, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes um do outro; ou seja, nenhum dos dois movimentos afeta o outro.

Esta característica nos permite decompor um problema envolvendo movimento bidimensional em dois problemas unidimensionais separados e mais fáceis de serem resolvidos, um para o movimento horizontal (com aceleração nula) e um para o movimento vertical (com a aceleração constante para baixo).

Na figura abaixo está representada a trajetória de um partícula com velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , num ângulo  $\theta_0$  com a horizontal, considerando  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 0$ .



A velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , pode ser escrita como

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$$

onde as componentes  $v_{0x}$  e  $v_{0y}$  são

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \text{ e } v_{0y} = v_0 \text{sen} \theta_0$$

Agora vamos analisar o movimento de um projétil, na horizontal e na vertical.

### O MOVIMENTO HORIZONTAL

Na direção horizontal a aceleração é nula ( $a_x = 0$ ), portanto, a componente da velocidade nesta direção permanece constante durante todo o movimento ( $v_x = v_{0x}$ ). O movimento horizontal é um movimento uniforme, e a equação de posição para este caso é  $x = x_0 + v_{0x}t \Rightarrow x = x_0 + v_0 \cos \theta_0 t$ .

### O MOVIMENTO VERTICAL

Na direção vertical a aceleração é constante ( $a_y = -g$ ), portanto, o movimento vertical é o mesmo de uma partícula em queda livre (já estudado no capítulo 2), e as equações do movimento ao longo do eixo vertical  $y$  são

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = y_0 + v_0 \text{sen}\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = v_0 \text{sen}\theta_0 - gt$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y \Rightarrow v_y^2 = (v_0 \text{sen}\theta_0)^2 - 2g\Delta y$$

### A EQUAÇÃO DA TRAJETÓRIA

Isolando o tempo  $t$ , na equação de posição horizontal e substituindo na equação da posição vertical, podemos obter a equação da trajetória para  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 0$

$$y = (tg\theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta_0)^2}$$

Está é um equação do 2º grau ( $v_0, \theta_0$  e  $g$  são constantes), indicando que a trajetória é parabólica.

### O ALCANCE HORIZONTAL

O alcance horizontal  $R$  do projétil é a distância horizontal que o projétil percorreu ao retornar à sua altura inicial. Usando as equações de posição nos eixos  $x$  e  $y$ , podemos mostrar que o alcance é dado por

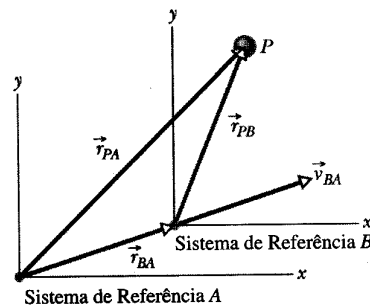
$$R = \frac{v_0^2}{g} \text{sen}2\theta_0$$

Observe que alcance  $R$  possui seu valor máximo para um ângulo de lançamento de  $45^\circ$ .

### MOVIMENTO RELATIVO EM DUAS DIMENSÕES

A velocidade de uma partícula depende do sistema de referência de quem quer que esteja observando ou medindo esta velocidade.

Na figura abaixo, estão representadas dois sistemas de referência A e B, sendo que o sistema de referência B se move com velocidade constante em relação ao sistema de referência A.



Os vetores posições podem ser relacionados por

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

onde:  $\vec{r}_{PA}$   $\rightarrow$  é o vetor posição da partícula P em relação a A.

$\vec{r}_{PB}$   $\rightarrow$  é o vetor posição da partícula P em relação a B.

$\vec{r}_{BA}$   $\rightarrow$  é o vetor posição de B em relação a A.

Derivando a equação acima em relação ao tempo, teremos a relação entre as velocidades  $\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$

Onde:  $\vec{v}_{PA}$   $\rightarrow$  é a velocidade da partícula em relação a A.

$\vec{v}_{PB}$   $\rightarrow$  é a velocidade da partícula em relação a B.

$\vec{v}_{BA}$   $\rightarrow$  é a velocidade de B em relação a A.

Derivando as velocidades em relação ao tempo, teremos a relação entre as acelerações. Observe que  $\vec{v}_{AB}$  é constante e sua derivada em relação ao tempo é nula, portanto, observadores que se movem com velocidades constantes entre si medirão a mesma aceleração para uma partícula em movimento.

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$$

onde:

$\vec{a}_{PA}$  e  $\vec{a}_{PB}$   $\rightarrow$  são as acelerações da partícula P em relação a A e B respectivamente.