NOTA DE AULA

04

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

Disciplina: FÍSICA GERAL E EXPERIMENTAL I (MAF 2201)

Coordenador: PROF. EDSON VAZ

CAPÍTULOS: 09 e 10

OBS: Esta nota de aula foi elaborada com intuito de auxiliar os alunos com o conteúdo da disciplina. Entretanto, sua utilização não substitui o livro[1] texto adotado.

CAPÍTULO 9 – SISTEMAS DE PARTÍCULAS

Se você arremessar um bastão de beisebol girando no ar, ao dar voltas cada parte do bastão se move de modo diferente das demais. Desta forma o bastão não pode ser representado como uma partícula que foi arremessada, neste caso, o bastão deve ser considerado um sistema de partículas.

Centro de Massa

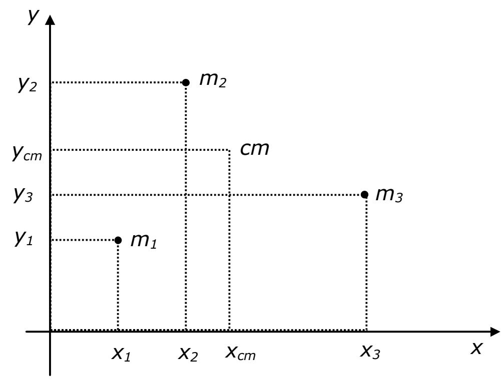
O centro de massa de um corpo ou de um sistema de corpos é o ponto que se move como se toda a massa estivesse concentrada nele e como se todas as forças externas fossem aplicadas neste ponto.

Para um sistema de três partículas (representadas na figura abaixo) as coordenadas x_{cm} e y_{cm} podem ser calculadas por

$$x_{cm} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{cm} = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

[1] HALLYDAY, D; RESNICK, R; e WALKER, J. *Fundamentos de Física*. Rio de Janeiro: LTC. V.1.



para um sistema de n partículas distribuídas em três dimensões, o centro de massa deve ser identificado pelas três coordenadas

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i$$

$$y_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i$$

$$z_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$

onde:

M – é a massa total do sistema

i – é um número seqüencial, ou índice, que assume todos os valores inteiros de 1 até n.

O vetor posição do centro de massa é

$$\vec{r}_{cm} = x_{cm}\hat{i} + y_{cm}\hat{j} + z_{cm}\hat{k}$$

Para um corpo sólido de massa M (considerado como um distribuição contínua de massa), as coordenadas do centro de massa são

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\,dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\,dm \qquad z_{cm} = \frac{1}{M}\int z\,dm$$

Se a massa específica (massa por unidade de volume) for uniforme, temos que :

$$x_{cm} = \frac{1}{v}\int x\,dv \qquad y_{cm} = \frac{1}{v}\int y\,dv \qquad z_{cm} = \frac{1}{v}\int z\,dv$$

onde V é o volume ocupado por M.

Você pode deixar de calcular uma ou mais destas integrais se o objeto possuir um ponto, uma linha ou um plano de simetria. O centro de massa para estes objetos se encontra nesse ponto, nessa linha ou nesse plano. Por exemplo, o centro de massa de uma esfera uniforme está no centro da esfera.

Segunda Lei de Newton para um sistema de partículas

Embora o centro de massa seja apenas um ponto, ele se move como uma partícula cuja massa é igual à massa total do sistema, então podemos associar ao centro de massa uma posição, uma velocidade e uma aceleração. O movimento do centro de massa de qualquer sistema de partículas é governado pela segunda lei de Newton para um sistema de partículas, que é

$$\sum \vec{F}_{ext} = M.\vec{a}_{cm}$$

onde:

$\sum \vec{F}_{ext}$ - é a soma (resultante) de todas as forças externas que agem sobre o sistema. Forças que uma parte do sistema exerce sobre as outras partes do mesmo sistema (Forças internas) não estão incluídas.

M – é a massa total (considerada constante) do sistema.

$\vec{a}_{cm}$ - é a aceleração do centro de massa do sistema. A equação acima não fornece nenhuma informação a respeito da aceleração de nenhum outro ponto do sistema.

- O aluno deverá estudar (no livro) da pág. 160 até 166, resolvendo os pontos de verificação (1,2), os problemas resolvidos (9.1, 9.2, 9.3) e os exercícios (1 até 8) da lista 04.

Quantidade de Movimento Linear

A quantidade de movimento linear de uma partícula é um vetor $\vec{p}$, definido como

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

onde m é a massa da partícula e $\vec{v}$ é o seu vetor velocidade. Como m é uma grandeza escalar positiva, $\vec{p}$ e $\vec{v}$ possuem a mesma direção e o mesmo sentido.

Quantidade de Movimento Linear e a Segunda Lei de Newton

Na verdade, Newton expressou sua Segunda Lei de Movimento em termos da quantidade de movimento.

A taxa de variação com o tempo da quantidade de movimento de uma partícula é igual à força resultante que atua sobre a partícula e possui a mesma direção e o mesmo sentido dessa força.

Esta frase pode ser escrita em forma de equação como

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Podemos verificar que as relações $\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ e $\vec{F}_{res} = m.\vec{a}$ são expressões equivalentes da segunda lei do movimento de Newton para uma partícula.

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m.\vec{a}$$

Quantidade de movimento linear de um sistema de partículas

A quantidade de movimento linear de um sistema de n partículas é igual ao produto da massa M do sistema pela velocidade do centro de massa.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = M.\vec{v}_{cm}$$

Podemos escrever a segunda lei de Newton para um sistema de partículas como

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

onde $\sum \vec{F}_{ext}$ é a força externa resultante que age sobre o sistema.

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Se a força externa resultante que atua sobre um sistema de partículas for nula, a quantidade de movimento linear total do sistema permanece constante.

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \text{ constante } \Rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f$$

Dependendo das forças que agem sobre um sistema, a quantidade de movimento linear poderia se conservar apenas em uma direção ou em duas direções. Entretanto, se uma componente da força externa resultante que age sobre um sistema fechado for nula, a componente da quantidade de movimento linear do sistema nesta direção permanece constante.

- O aluno deverá estudar (no livro) da pág. 167 até 170, resolvendo os pontos de verificação (3,4,5,6) os problemas resolvidos (9.4, 9.5, 9.6, 9.7) e os exercícios (9 até 18) da lista 04.

Sistema com massas variáveis

Se um sistema possui massa variável, redefinimos o sistema, ampliando suas fronteiras até que elas envolvam um sistema maior cuja massa permanece constante; após ampliar as fronteiras, aplicamos a lei de conservação da quantidade de movimento linear. Para um foguete, isto significa que o sistema inclui tanto o foguete quanto os seus gases de exaustão. A análise de um sistema deste tipo mostra que na ausência de forças externas um foguete é acelerado com uma taxa instantânea dada por

$$R\, v_{rel} = Ma \text{ (primeira equação do foguete)}$$

onde M é a massa instantânea do foguete (incluindo o combustível não consumido), R é a taxa de consumo de combustível , e v_{rel} é a velocidade de escapamento dos produtos de combustão em relação ao foguete. O termo $R\, v_{rel}$ é o empuxo do motor do foguete. Para um foguete com R e v_{rel} constantes, cuja velocidade muda de v_i para v_f quando a sua massa varia de M_i para M_f, temos

$$V_f - V_i = V_{rel} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad \text{(segunda equação do foguete)}$$

* Como exemplo de aplicação da conservação da quantidade de movimento em sistema com massa variável, demonstre a 1º e 2º equação do foguete.

- O aluno deverá estudar (no livro) pág. 173 e 174, resolvendo o problema resolvido (9.8) e os exercícios (19,20,21) da lista 04.

CAPÍTULO 10 – COLISÕES

Uma colisão é um evento isolado no qual dois ou mais corpos (os corpos que colidem) exercem uns sobre os outros forças relativamente elevadas por um tempo relativamente curto. Estas forças são internas ao sistema e são significativamente maiores do que qualquer força externa durante a colisão.

IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO LINEAR

Aplicando a 2ª Lei de Newton a uma partícula, temos

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F}(t)dt \Rightarrow \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)dt$$

o termo $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt$, que é uma medida tanto da intensidade quanto da duração da força de colisão, é chamada de impulso $\vec{j}$ devido a força $\vec{F}$ na colisão. Assim,

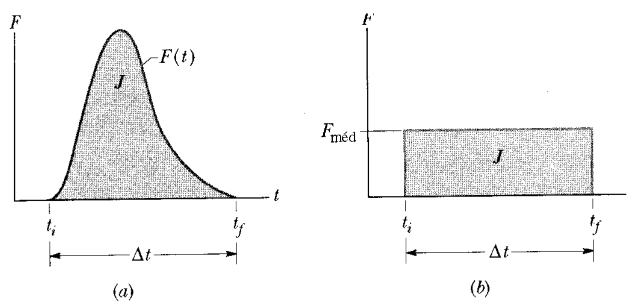
$$\vec{j} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

a equação acima é chamada de Teorema do Impulso – quantidade de movimento linear. (a variação da quantidade de movimento linear de cada corpo em uma colisão é igual ao impulso que age sobre este corpo).

Se F_{med} for a intensidade média da força $\vec{F}(t)$ durante a colisão e Δt o tempo de duração da colisão, então, para um movimento unidimensional temos que:

$$j = F_{med}.\Delta t$$

A intensidade do impulso é igual a área de baixo da curva F(t) como está representado na figura abaixo.



(a) A curva mostra a intensidade da força variável com o tempo *F* (*t*) que age sobre um corpo durante uma colisão. A área debaixo da curva é igual à intensidade da impulsão $\vec{J}$ que age sobre o corpo na colisão. (b) A altura do retângulo representa a força média F_{med} agindo sobre o corpo no intervalo de tempo Δt. A área dentro do retângulo é igual à área debaixo da curva em (*a*) e, desta forma, é também igual à intensidade da impulsão $\vec{J}$ na colisão.

Colisões Inelásticas

Em uma colisão inelástica, a energia cinética do sistema não se conserva. Se o sistema for fechado e isolado, a quantidade de movimento linear total do sistema se conserva.

Se os corpos ficam presos um ao outro após a colisão está colisão é uma colisão totalmente inelástica e os corpos possuem a mesma velocidade após a colisão.

Colisões Elásticas

Uma colisão elástica é um tipo especial de colisão na qual a energia cinética do sistema de corpos que colidem se conserva. Se o sistema for fechado e isolado, sua quantidade de movimento linear também se conserva.

- O aluno deverá estudar (no livro) da pág. 184 até 195, resolvendo os pontos de verificação (1,2,3,4,5), os problemas resolvidos (10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5) e os exercícios (22 até 38) da lista 04.