

FÍSICA GERAL E EXPERIMENTAL I

RESOLUÇÃO DA LISTA I

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS

Departamento de Matemática e Física

Disciplina: Física Geral e Experimental I (MAF 2201)

RESOLUÇÃO DA LISTA II

1)

a) Considerando os deslocamentos, temos que:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = \Delta x_4 \Rightarrow \boxed{V_{m1} = V_{m2} = V_{m3} = V_{m4}}$$

b) Considerando as distâncias percorridas, temos que:

$$d_4 > d_1 = d_2 > d_3 \Rightarrow \boxed{V_{m4} > V_{m1} = V_{m2} > V_{m3}}$$

2)

a) $V < 0 \Rightarrow$ o sentido é negativo (o sinal da velocidade indica o sentido da trajetória)b) $V > 0 \Rightarrow$ o sentido é positivoc) Sim, em $V = 0$ d) Quando a velocidade é negativa, seu módulo diminui com o tempo; e quando a velocidade é positiva, seu módulo aumenta \Rightarrow a aceleração é positiva (a declividade da reta é positiva)e) O gráfico $V \times t$ é uma reta \Rightarrow a Função $V(t)$ é do 1º Grau $\Rightarrow \frac{dV}{dt} = a \rightarrow$ é constante.3) \boxed{E} ; Velocidade constante \Rightarrow a aceleração é nula

4)

a) (2) e (3) \rightarrow a aceleração e Velocidade com sentidos opostosb) (1) e (3) \rightarrow aceleração positivac) (4) \rightarrow Velocidade e aceleração negativas5) (a) e (c) $\rightarrow \frac{dV}{dt} = a \rightarrow$ é constante6) $V = 160 \text{ Km/h} = \frac{160}{3,6} \text{ m/s} = 44,44 \text{ m/s}$ (constante)

$$\Rightarrow a = 0$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow x = 18,4m$$

Usando a equação: $x = x_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$, temos:

$$18,4 = 44,44t \Rightarrow \boxed{t = 0,414s}$$

7) $\Delta x_1 = 40Km$ e $V_1 = 30Km/h$

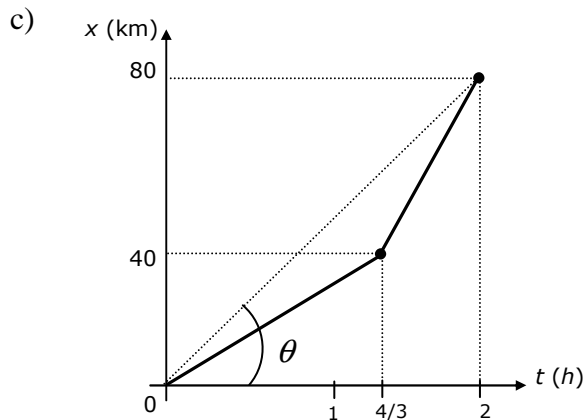
a) $\Delta x_2 = 40Km$ e $V_2 = 60km/h$

$$V_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{V_1} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}h$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{V_2} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}h$$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{40 + 40}{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}} = \boxed{40Km/h}$$

b) Para este caso, a distância percorrida tem o mesmo valor do deslocamento $\Rightarrow V_m = \boxed{40Km/h}$



$$\operatorname{tg}\theta = V_m = \frac{80}{2} = 40Km/h$$

8) a) $\Delta x_1 = 73,2m$ e $V_1 = 122m/s$

$\Delta x_2 = 73,2m$ e $V_2 = 3,05m/s$

$$V_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{V_1} = \frac{73,2}{1,22} = 60s$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{V_2} = \frac{73,2}{3,05} = 24s$$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{73,2 + 73,2}{60 + 24} = \boxed{1,74m/s}$$

b) $\Delta t_1 = 1 \text{ min} = 60s$, $V_1 = 1,22m/s$

$$\Delta t_2 = 60s, V_2 = 3,05m/s$$

$$\Delta x_1 = V_1 \Delta t_1 = 1,22 \cdot 60 = 73,2m$$

$$\Delta x_2 = V_2 \Delta t_2 = 3,05 \cdot 60 = 183m$$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{73,2 + 183}{60 + 60} = \boxed{2,135m/s}$$

c) ver o gráfico do exercício 7.

09)

$$V_p = 60Km/h \text{ (considerada constante)}$$

para os trens, temos que:

$$a_1 = a_2 = 0, x_{01} = 0, x_{02} = 60Km$$

$$x_1 = x_{01} + V_1 t \Rightarrow x_1 = 30t$$

$$x_2 = x_{02} + V_2 t \Rightarrow x_2 = 60 - 30t$$

Na posição de encontro, temos que:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 30t = 60 - 30t \Rightarrow 60t = 60 \Rightarrow t = 1h \rightarrow \text{tempo que o pássaro voa}$$

para o pássaro, temos que:

$$d = V_p \cdot t = 60 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{d = 60Km}$$

10)

a) $x < 0 \Rightarrow 2s < t < 4s$

b) $0 < t < 3 \rightarrow$ o tatu se move para a esquerda

c) $6 > t > 3 \rightarrow$ o tatu se move para direita

d) $t = 3s \rightarrow$ o tatu muda de sentido

11) $x = 4 - 12t + 3t^2$, $t = 1s$

a) $V = \frac{dx}{dt} = -12 + 6 \cdot t \Rightarrow V = -12 + 6 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{V = -6m/s}$

b) $\boxed{\text{negativo}}$, $V < 0$

c) $|V| = \boxed{6m/s}$

- d) para $1 < t < 2$, o módulo da velocidade diminui
 para $t = 2s$, o módulo da velocidade é nulo
 para $t > 2s$, o módulo da velocidade aumenta

e) $\boxed{\text{Sim}}$, em $t = 2s$

f) $\boxed{\text{Nao}}$, para $t > 3s$ velocidade é sempre positiva

12) $x = 9,75 + 1,5t^3$

a) $t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 9,75 + 1,5 \cdot 2^3 = 21,75cm$

$t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = 9,75 + 1,5 \cdot 3^3 = 50,25cm$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50,25 - 21,75}{3 - 2} = \boxed{28,5cm/s}$$

b) $V = \frac{dx}{dt} = 4,5 \cdot t^2$

$t_1 = 2s \Rightarrow V_1 = 4,5 \cdot t^2 \Rightarrow \boxed{V_1 = 18cm/s}$

c) $t_2 = 3s \Rightarrow V_2 = 4,5 \cdot 3^2 \Rightarrow \boxed{V_2 = 40,5cm/s}$

d) $t_3 = 2,5s \Rightarrow V_3 = 4,5 \cdot (2,5)^2 \Rightarrow \boxed{V_3 = 28,12cm/s}$

e) $x = 36cm$ (ponto médio), cálculo de t

$36 = 9,75 + 1,5t^3 \Rightarrow t_4 = 2,6s$

$V_4 = 4,5 \cdot (2,6)^2 \Rightarrow \boxed{V_4 = 30,33cm/s}$

- f) A velocidade instantânea em cada ponto, é dado pela inclinação da reta tangente a curva (x x t) naquele ponto.

13) Sabendo que

a) $V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = V^2$

b) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d(dx)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) \Rightarrow \frac{d(V)}{dt} = a$

c) $[V^2] = (m/s)^2 e [a] = m/s^2$

$$14) \quad \Delta t = 2,4s$$

$$V_0 = 18m/s$$

$$V = -30m/s$$

$$a_m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{\Delta t} = \frac{-30 - 18}{2,4} = \boxed{-20m/s}$$

$$15) \quad x = 50t + 10t^2$$

$$a) \text{ para, } t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\text{para, } t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = 240m$$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{240 - 0}{3 - 0} = \boxed{80m/s}$$

$$b) \quad t = 3s$$

$$V = \frac{dx}{dt} = 50 + 20 \cdot t = 50 + 20 \cdot 3 = \boxed{110m/s}$$

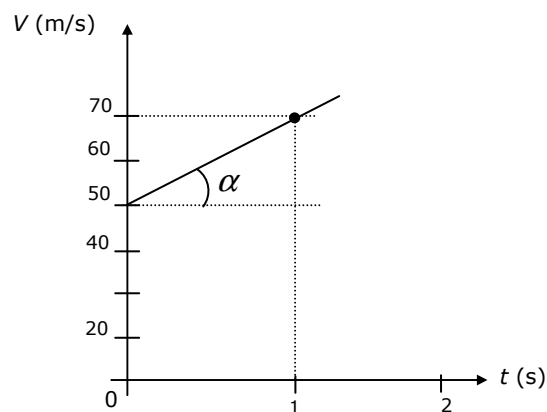
$$c) \quad a = \frac{dV}{dt} = \boxed{20m/s^2} \rightarrow \text{constante}$$

d) ver item (c) do exercício 7.

e) A velocidade instantânea em $t = 3s$, é dada pela inclinação da reta tangente a curva $(x \times t)$ naquele ponto.

$$f) \quad V = 50 + 20 \cdot t$$

$$\operatorname{tg} \alpha = a = \frac{20}{1} = \boxed{20m/s}$$



$$16) \quad x = ct^2 - bt^3$$

$$a) \quad x \text{ em metros} \Rightarrow c \rightarrow \left(\frac{m}{s^2}\right) \text{ e } b \rightarrow \left(\frac{m}{s^3}\right)$$

$$b) \quad x = 3t^2 - 2t^3$$

$$V = \frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow 6t - 6t^2 = 0 \Rightarrow t' = 0 \text{ e } \boxed{t'' = 1s}$$

c) $t_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 0$

$$t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 1m \rightarrow \text{a partícula muda de sentido}$$

$$t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = -80m$$

$$d = 1 + 1 + 80 = \boxed{82m}$$

d) $\Delta x = -80 - 0 = \boxed{-80m}$

e) $V = \frac{dx}{dt} = 6t - 6t^2 = 6 \cdot 1 - 6 \cdot 1^2 = \boxed{0}$

f) $a = \frac{dV}{dt} = 6 - 12t = 6 - 12 \cdot 1 = \boxed{-6m/s^2}$

Obs.: nos itens (e) e (f), basta substituir os outros valores de t.

17) Carro

$$V_1 = 25Km/h = 6,944m/s$$

$$V_2 = 55Km/h = 15,278m/s$$

$$\Delta t = 0,5 \text{ min} = 30s$$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{15,278 - 6,944}{30} = \boxed{0,278m/s^2}$$

Ciclista

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = 30Km/h = 8,333m/s$$

$$\Delta t = 0,5 \text{ min} = 30s$$

$$a = \frac{8,333 - 0}{30} = \boxed{0,278m/s^2}$$

18) $a = 50m/s^2$ (constante)

$$V_0 = 0$$

$$V = 100Km/h = 27,78m/s$$

$$V = V_0 + at \Rightarrow 27,78 = 50 \cdot t \Rightarrow \boxed{t = 0,55s}$$

19) $a = 3,2m/s^2$

$$V = 9,6m/s$$

a) $V = V_0 + at \Rightarrow 9,6 = V_0 + 3,2 \cdot 2,5 \Rightarrow \boxed{V_0 = 1,6m/s}$

b) $V = V_0 + at \Rightarrow V = 9,6 + 3,2 \cdot 2,5 \Rightarrow \boxed{V = 17,6m/s}$

20) $V = 360Km/h, a_{\min} \Rightarrow \Delta x_{\max} = 1,8Km, V_0 = 0$

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 360^2 = 2 \cdot a_{\min} \cdot 1,8 \Rightarrow a_{\min} = \boxed{3600Km/h^2}$$

21) a) $a = -5,2 \text{ m/s}^2, V_0 = 137 \text{ Km/h} = 38,05 \text{ m/s}, V = 90 \text{ Km/h} = 25 \text{ m/s}$

$$V = V_0 + at \Rightarrow 25 = 38,05 - 5,2t \Rightarrow \boxed{t = 2,5 \text{ s}}$$

22) $V_0 = 56 \text{ Km/h} = 15,55 \text{ m/s}, x_0 = 0, x = 24 \text{ m}$

$$t = 2 \text{ s}$$

a) $x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 24 = 15,55 \cdot 2 + \frac{1}{2} a \cdot 2^2 \Rightarrow \boxed{a = -3,55 \text{ m/s}^2}$

b) $V = V_0 + at \Rightarrow V = 15,55 - 3,55 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{V = 8,45 \text{ m/s}}$

23) $a_A = 2,2 \text{ m/s}^2, V_{0A} = 0, V_{0C} = 9,5 \text{ m/s}, x_{0A} = x_{0C} = 0, a_c = 0$

a) $x_A = x_{0A} + V_{0A} t + \frac{1}{2} a_A t^2 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} 2,2 \cdot t^2 = 1,1 \cdot t^2$

$$x_C = x_{0C} + V_C t \Rightarrow x_C = 9,5 \cdot t$$

No ponto de encontro, temos que:

$$x_A = x_C \Rightarrow 1,1 \cdot t^2 = 9,5 \cdot t \Rightarrow t = 8,64 \text{ s}$$

$$\Rightarrow x_A = 1,1 \cdot t^2 = 1,1 \cdot (8,64)^2 = \boxed{82 \text{ m}}$$

b) $V_A = V_{0A} + a_A t \Rightarrow V_A = 2,2 \cdot 8,64 \Rightarrow \boxed{V_A = 19 \text{ m/s}}$

24) $t = 6 \text{ s}, V = 15 \text{ m/s}, x_0 = 0, x = 60 \text{ m}$

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 60 = V_0 \cdot 6 + \frac{1}{2} a \cdot 6^2 \Rightarrow 10 = V_0 + 3a$$

$$V = V_0 + at \Rightarrow 15 = V_0 + a \cdot 6$$

$$\begin{cases} 10 = V_0 + 3 \cdot a \\ 15 = V_0 + 6 \cdot a \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, teremos: $\boxed{a = 1,67 \text{ m/s}^2}$ e $\boxed{V_0 = 5 \text{ m/s}}$

25) $y_0 = 1700 \text{ m}, y = 0, V_0 = 0$

a) $V^2 = V_0^2 - 2g\Delta y \Rightarrow V^2 = -2 \cdot 9,8 \cdot (0 - 1700) \Rightarrow V = 183 \text{ m/s} = \boxed{659 \text{ Km/h}}$

b) Não.

26) $V = 24 \text{ m/s}, V_0 = 0, y = 0$

a) $V^2 = V_0^2 - 2g\Delta y \Rightarrow 24^2 = -2 \cdot 9,8 \cdot (0 - y_0) \Rightarrow \boxed{y_0 = 29,39 \text{ m}}$

b) $V = V_0 - g \cdot t \Rightarrow 24 = 9,8 \cdot t \Rightarrow \boxed{t = 2,45 \text{ s}}$

27) $y_0 = 0, y = 50 \text{ m}, V = 0$

a) $V^2 = V_0^2 - 2g\Delta y \Rightarrow 0^2 = V_0^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot (50 - 0) \Rightarrow \boxed{V_0 = 31 \text{ m/s}}$

b) $V = V_0 - g \cdot t \Rightarrow 0 = 31 - 9,8 \cdot t \Rightarrow t = 3,16 \text{ s} \rightarrow$ tempo de subida

$t' = 2 \cdot t = 2 \cdot 3,16 \Rightarrow \boxed{t' = 6,33 \text{ s}} \rightarrow$ o tempo de subida é igual ao tempo de descida.

28) a) $y_0 = 100 \text{ m}, V_0 = 0, y = 50 \text{ m}$

$y = y_0 + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 50 = 100 - \frac{9,8}{2} \cdot t_1^2 \Rightarrow \boxed{t_1 = 3,2 \text{ s}}$

b) $y_0' = 50 \text{ m}, y' = 0$

$V = V_0 - g \cdot t = 9,8 \cdot 3,2 = -31,36 \text{ m/s} = V_0' \rightarrow$ velocidade inicial na segunda metade do percurso.

$y' = y_0' + V_0' t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \Rightarrow 0 = 50 - 31,36 \cdot t_2 - \frac{9,8}{2} \cdot t_2^2 \Rightarrow \boxed{t_2 = 1,3 \text{ s}}$

29) $y_0 = h, y = 0$

a) $V^2 = V_0^2 - 2g\Delta y \Rightarrow V^2 = (-V_0)^2 - 2 \cdot g \cdot (0 - h) \Rightarrow \boxed{V = (V_0^2 + 2gh)^{1/2}}$

b) $V = -V_0 - g \cdot t \Rightarrow -(V_0^2 + 2gh)^{1/2} = -V_0 - g \cdot t \Rightarrow \boxed{t = \frac{(V_0^2 + 2gh)^{1/2} - V_0}{g}}$

c) Basta mudar o sinal de V_0 nas respostas anteriores $\Rightarrow \boxed{V' = V}$

d) $\boxed{t' = \frac{(V_0^2 + 2gh)^{1/2} + V_0}{g}}$

30) para a chave, temos que:

$y_0 = 45 \text{ m}, y = 0, V_0 = 0$

$$y = y_0 + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 0 = 45 - \frac{9,8}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t = 3s$$

O tempo de queda da chave é igual ao tempo de deslocamento do barco

Para o barco, temos que:

$$x = 12m, x_0 = 0, a = 0$$

$$x = x_0 + V \cdot t \Rightarrow 12 = 0 + V \cdot 3 \Rightarrow \boxed{V = 4m/s}$$

31) a) de A até B, temos que:

$$V_0 = V_A = 0, y_A = 0, a_{AB} = 4m/s^2, t_{AB} = 6s$$

$$y_B = y_A + V_A t_{AB} + \frac{1}{2} a_{AB} t_{AB}^2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6^2 = 72m$$

$$V_B = V_A + a_{AB} \cdot t_{AB} = 4 \cdot 6 = 24m/s$$

de B até C (altura máxima), temos que:

$$V_C = 0$$

$$V_C = V_B - g \cdot t_{BC} \Rightarrow 0 = 24 - 9,8 \cdot t_{BC} \Rightarrow t_{BC} = 2,45s$$

$$y_C = y_B + V_B t_{BC} - \frac{1}{2} g t_{BC}^2 \Rightarrow y_C = 72 + 24 \cdot 2,45 - \frac{9,8}{2} (2,45)^2 = \boxed{101,38m}$$

b) de C até A (queda), temos que:

$$y_A = y_C + V_C t_{CA} - \frac{1}{2} g t_{CA}^2 \Rightarrow 0 = 101,38 - \frac{9,8}{2} t_{CA}^2 \Rightarrow t_{CA} = 4,55s$$

$$t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CA} = 6 + 2,45 + 4,55 \Rightarrow \boxed{t = 13s}$$

32) A velocidade inicial do pacote é a mesma do balão

$$a) V_0 = 12m/s, y_0 = 80m, y = 0$$

$$y = y_0 + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 0 = 80 + 12 \cdot t - \frac{9,8}{2} \cdot t^2 \Rightarrow \boxed{t = 5,4s}$$

$$b) V = V_0 - g \cdot t \Rightarrow V = 12 - 9,8 \cdot 5,4 \Rightarrow \boxed{V = -41m/s}$$

33) a) para a bala, temos que:

$$y_{0B} = 28 + 2 = 30m, V_{0B} = 10 + 20 = 30m/s, h_{\max} \Rightarrow V_B = 0$$

$$V_B^2 = V_{0B}^2 - 2g\Delta y_B \Rightarrow 0 = 30^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot (y_B - 30) \Rightarrow y_B = h_{\max} = \boxed{76m}$$

para o elevador, temos que:

$$y_{0e} = 28 \text{ m}, V_{0e} = 10 \text{ m/s}, a_e = 0$$

$$y_e = y_{0e} + V_{0e}t \Rightarrow y_e = 28 + 10t$$

$$y_B = y_{0B} + V_{0B}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_B = 30 + 30t - \frac{9,8}{2}t^2$$

Quando a bala volta para o piso do elevador, temos que:

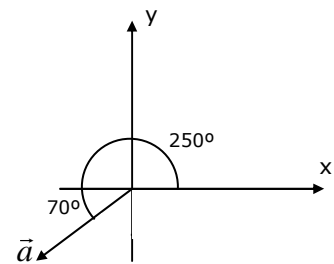
$$y_e = y_B \Rightarrow 28 + 10t = 30 + 30t - 4,9t^2$$

$$\Rightarrow 4,9t^2 - 20t - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 4,2s}$$

34) $a = 7,3m$

a) $a_x = -a \cos 70^\circ = -7,3 \cos 70^\circ = \boxed{-2,5m}$

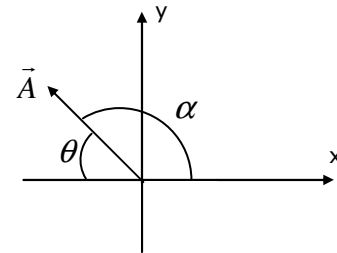
b) $a_y = -a \sin 70^\circ = -7,3 \sin 70^\circ = \boxed{-6,9m}$



35) $A_x = -25 \text{ m}, A_y = 40 \text{ m}$

a) $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{25^2 + 40^2} = \boxed{47,2m}$

b) $\text{tg} \theta = \frac{A_y}{A_x} \Rightarrow \text{tg} \theta = \frac{40}{25} \Rightarrow \theta = 58^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 122^\circ}$



36) $r_x = r \cos 30^\circ = 15 \cos 30^\circ = \boxed{13m}$

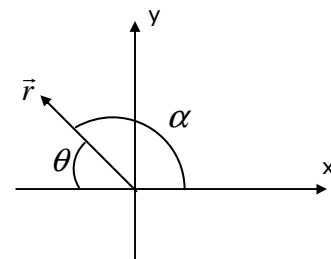
$r_y = r \sin 30^\circ = 15 \sin 30^\circ = \boxed{7,5m}$

37) $\vec{a} = (4m)\hat{i} + (3m)\hat{j}, \vec{b} = (-13m)\hat{i} + (7m)\hat{j}$

a) $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = (4 - 13)\hat{i} + (3 + 7)\hat{j} = \boxed{(-9m)\hat{i} + (10m)\hat{j}}$

b) $r = \sqrt{9^2 + 10^2} = \boxed{13m}$

c) $\text{tg} \theta = \frac{10}{9} \Rightarrow \theta = 48^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 132^\circ}$



38) a) $r_x = c_x + d_x = 7,4 + 4,4 = \boxed{11,8m}$

b) $r_y = c_y + d_y = -3,8 - 2 = \boxed{-5,8m}$

$$c) r_z = c_z + d_z = -6,1 + 3,3 = \boxed{-2,8m}$$

$$39) a) a = \sqrt{4^2 + 3^2} = \boxed{5m}$$

$$b) \operatorname{tg} \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\theta = 37^\circ}$$

c) e (d) → semelhante aos itens (a) e (b)

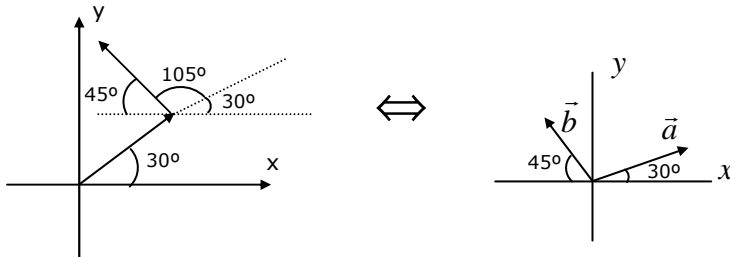
$$e) \vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = (4+6)\hat{i} + (-3+8)\hat{j} = (10m)\hat{i} + (5m)\hat{j} \Rightarrow r = \sqrt{10^2 + 5^2} = \boxed{11,18m}$$

f) semelhante ao item (b)

(g), (h), (i), (j) → semelhantes aos itens (e) e (f)

$$k) \vec{b} - \vec{a} = -(\vec{a} - \vec{b}) \Rightarrow \text{o ângulo é de } \boxed{180^\circ}$$

40)



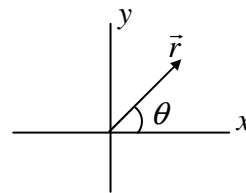
$$a = b = 10m$$

$$a) r_x = a \cos 30^\circ - b \cos 45^\circ = 10 \cos 30^\circ - 10 \cos 45^\circ = \boxed{1,59m}$$

$$b) r_y = a \operatorname{sen} 30^\circ + b \operatorname{sen} 45^\circ = 10 \operatorname{sen} 30^\circ + 10 \operatorname{sen} 45^\circ = \boxed{12,1m}$$

$$c) r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(1,59)^2 + (12,1)^2} = \boxed{12,2m}$$

$$d) \operatorname{tg} \theta = \frac{r_y}{r_x} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{12,1}{1,59} \Rightarrow \boxed{\theta = 82,5^\circ}$$



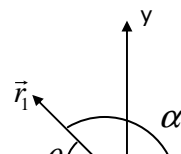
$$41) a) \boxed{V_{0y} = 0}$$

$$b) \boxed{V_{0x} = 350 \text{ km/h}}$$

$$c) a_x = 0 \Rightarrow V_x \rightarrow \text{é constante} \Rightarrow V_x = V_{0x} = \boxed{350 \text{ km/h}}$$

d) O mesmo, o tempo de queda depende somente das componentes verticais do movimento.

$$42) a) \vec{r}_1 = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = \boxed{(-5m)\hat{i} + (8m)\hat{j}}$$



$$b) r_1 = \sqrt{5^2 + 8^2} = \boxed{9,4m}$$

$$c) e) d) \operatorname{tg} \theta = \frac{8}{5} \Rightarrow \theta = 58^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 122^\circ}$$

$$e) \vec{r}_2 = (3m)\hat{i}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (3+5)\hat{i} + (0-8)\hat{j} = \boxed{(8m)\hat{i} - (8m)\hat{j}}$$

f) e g) → semelhantes aos itens (a) e (b).

$$43) \vec{r} = (5m)\hat{i} - (3m)\hat{j} + (2m)\hat{k}$$

$$a) r = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2^2} = \boxed{6,16m}$$

$$44) \vec{r}_1 = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}, \quad \vec{r}_2 = -2\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$a) \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-2-5)\hat{i} + (6+6)\hat{j} + (2-2)\hat{k} = \boxed{(-7m)\hat{i} + (12m)\hat{j}}$$

b) ao plano xy

$$45) \vec{r}_1 = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}, \quad \vec{r}_2 = -2\hat{i} + 8\hat{j} - 2\hat{k}, \quad \Delta t = 10s$$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = \frac{(-2-5)\hat{i} + (8+6)\hat{j} + (-2-2)\hat{k}}{10} = \boxed{(-0,7\hat{i} + 1,4\hat{j} - 0,4\hat{k})m/s}$$

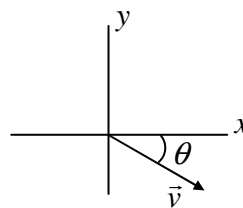
$$46) \vec{r} = 3t\hat{i} - 4t^2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$a) \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \boxed{(-3\hat{i} - 8t\hat{j})m/s}$$

$$b) t = 2s \Rightarrow \vec{V} = 3\hat{i} - 8 \cdot 2\hat{j} = \boxed{(3\hat{i} - 16\hat{j})m/s}$$

$$c) V = \sqrt{3^2 + 16^2} = \boxed{16,28m/s}$$

$$d) \operatorname{tg} \theta = \frac{16}{3} \Rightarrow \boxed{\theta = 79,4^\circ}$$



$$47) \vec{r} = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$$

$$a) \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \boxed{(8t\hat{j} + \hat{k})m/s}$$

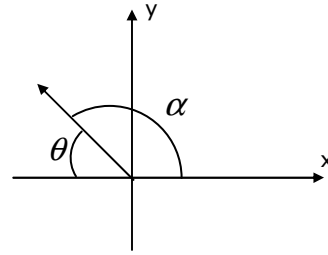
$$b) \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \boxed{(8\hat{j})m/s^2}$$

$$48) \vec{V}_1 = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}, \Delta t = 4s, \vec{V}_2 = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$a) \vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t} = \frac{(-2-4)\hat{i} + (-2+2)\hat{j} + (5-3)\hat{k}}{4} = \frac{-6\hat{i} + 2\hat{j}}{4} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_m = (-1,5\hat{i} + 0,5\hat{k})m/s^2}$$

$$b) a = \sqrt{1,5^2 + 0,5^2} = \boxed{1,58m/s^2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{0,5}{1,5} \Rightarrow \theta = 18,4^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 161,6^\circ}$$



$$49) \vec{r} = (2t^3 - 5t)\hat{i} + (6 - 7t^4)\hat{j}, t = 2s$$

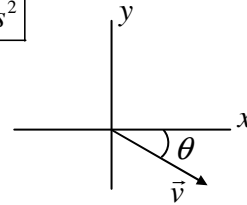
$$a) \vec{r} = (2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2)\hat{i} + (6 - 7 \cdot 2^4)\hat{j} = \boxed{(6\hat{i} - 106\hat{j})m}$$

$$b) \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (6t^2 - 5)\hat{i} - 28t^3\hat{j} = (6 \cdot 2^2 - 5)\hat{i} - 28 \cdot 2^3\hat{j} = \boxed{(19\hat{i} - 224\hat{j})m/s}$$

$$c) \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 12t\hat{i} - 84t^2\hat{j} = 12 \cdot 2\hat{i} - 84 \cdot 2^2\hat{j} = \boxed{(24\hat{i} - 336\hat{j})m/s^2}$$

c) É a mesma da velocidade para $t = 2s$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{224}{19} \Rightarrow \theta = 85,15^\circ \quad \text{Gráfico}$$



50) a) Na vertical, temos que:

$$V_{0,y} = 0, y_0 = 1,9cm = 1,9 \cdot 10^{-2}m, y = 0$$

$$y = y_0 + V_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 1,9 \cdot 10^{-2} - \frac{9,8}{2} \cdot t^2 \Rightarrow \boxed{t = 0,062s}$$

b) Na horizontal, temos que:

$$x_0 = 0, x = 30m, a_x = 0, V_{0,x} = V_0$$

$$x = x_0 + V_{0,x} \cdot t \Rightarrow 30 = V_0 \cdot 0,062 \Rightarrow \boxed{V_0 = 483,87m/s}$$

51) a) Na vertical, temos que:

$$V_{0,y} = 0, y_0 = 1,2m, y = 0$$

$$y = y_0 + V_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 1,2 - \frac{9,8}{2} \cdot t^2 \Rightarrow \boxed{t = 0,49s}$$

b) Na horizontal, temos que:

$$x_0 = 0, x = 1,52m, a_x = 0, V_{0,x} = V_0$$

$$x = x_0 + V_{0,x} \cdot t \Rightarrow 1,52 = V_0 \cdot 0,49 \Rightarrow \boxed{V_0 = 3,1m/s}$$

52) $V_{0x} = 161 \text{ Km/h} = 44,72 \text{ m/s} \rightarrow$ constante

a) $x_0 = 0, x_1 = 9,15 \text{ m}$

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t_1 \Rightarrow 9,15 = 44,72 \cdot t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = 0,206 \text{ s}}$$

b) Como a velocidade em x é constante, o tempo será o mesmo $\boxed{t_2 = 0,206 \text{ s}}$

c) Na primeira metade, temos que:

$$V_{0y} = 0$$

$$y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y = -\frac{9,8}{2} \cdot t_1^2 = -\frac{9,8}{2} \cdot (0,206)^2 = \boxed{0,207 \text{ m}}$$

d) Na segunda metade, temos que:

$$V_{1y} = V_{0y} - gt = -9,8 \cdot 0,206 = -2,02 \text{ m/s}$$

$$y_2 = y_0 + V_{1y}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow \Delta y = -2,02 \cdot 0,206 - \frac{9,8}{2} \cdot (0,206)^2 \Rightarrow \Delta y_2 = \boxed{-0,624 \text{ m}}$$

e) No movimento vertical, tem aceleração.

53) $V_0 = 20 \text{ m/s}, x_0 = 0, y_0 = 0$

$$V_{0x} = V_0 \cos 40^\circ = 20 \cdot \cos 40^\circ = 15,32 \text{ m/s}$$

$$V_{0y} = V_0 \sin 40^\circ = 20 \cdot \sin 40^\circ = 12,85 \text{ m/s}$$

a) $x_1 = x_0 + V_{0x}t_1 = 15,32 \cdot 1,1 = \boxed{16,85 \text{ m}}$

b) $y_1 = y_0 + V_{0y}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = 12,85 \cdot 1,1 - \frac{9,8}{2}(1,1)^2 = \boxed{8,21 \text{ m}}$

c) e (d) basta substituir o tempo $t_2 = 1,8 \text{ s}$, nas equações anteriores

54) $V_0 = 460 \text{ m/s}$

Cálculo do ângulo de tiro θ_0 . Na horizontal, temos que:

$$x_0 = 0, x = 45,7 \text{ m}$$

$$x = x_0 + V_0 \cos \theta t \Rightarrow 45,7 = 460 \cdot \cos \theta_0 \cdot t \text{ (equação 1)}$$

Na vertical temos que:

$$y_0 = y = 0$$

$$y = y_0 + \sin \theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 460 \cdot \sin \theta_0 t - \frac{9,8}{2}t^2 \text{ (equação 2)}$$

isolar o tempo na equação 1 e substituir na equação 2

$$\Rightarrow 0 = 460 \operatorname{sen} \theta_0 \frac{45,7}{460 \cos \theta_0} - 4,9 \left(\frac{45,7}{460 \cdot \cos \theta_0} \right)$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\operatorname{sen} \theta_0}{\cos \theta_0} \cdot 45,7 - \frac{0,048}{\cos^2 \theta_0}$$

$$\Rightarrow 45,7 \operatorname{sen} \theta_0 = \frac{0,048}{\cos \theta_0}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \theta_0 \cdot \cos \theta_0 = \frac{0,048}{45,7}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} (2\theta_0) = \frac{0,048}{45,7}$$

$$\Rightarrow 2\theta_0 = 0,12^\circ \Rightarrow \theta_0 = 0,06^\circ$$

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{h}{45,7} \Rightarrow h = 45,7 \cdot \operatorname{tg} (0,06^\circ)$$

$$\Rightarrow h = 0,048 \text{ m}$$

55) Considerando $y_0 = 0$, $y_{\max} \Rightarrow V_y = 0$

$$V_y = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt \Rightarrow 0 = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt \Rightarrow \boxed{t = \frac{V_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g}}$$

$$y = y_0 + \operatorname{sen} \theta_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$\Rightarrow y_{\max} = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \cdot \frac{V_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0}{g^2}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0}{g} - \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0}{2g} = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0}{2g} \Rightarrow y_{\max} = \boxed{\frac{(V_0 \operatorname{sen} \theta_0)^2}{2g}}$$

56) $V_0 = 25 \text{ m/s}$

a) Na horizontal, temos que:

$$a_x = 0, x_0 = 0, x = 22 \text{ m}, V_{0x} = V_0 \cdot \cos 40^\circ = 25 \cdot \cos 40^\circ = 19,15 \text{ m/s}$$

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t \Rightarrow 22 = 19,15 \cdot t \Rightarrow \boxed{t = 1,15 \text{ s}}$$

Na vertical, temos que:

$$y_0 = 0, V_{0y} = V_0 \cdot \operatorname{sen} 40^\circ = 25 \cdot \operatorname{sen} 40^\circ = 16,07 \text{ m/s}$$

$$y = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} gt^2 = 16,07 \cdot 1,15 - \frac{9,8}{2} \cdot (1,15)^2 \Rightarrow \boxed{12 \text{ m}}$$

b) $V_x = V_{0x} = \boxed{19,15 \text{ m/s}}$

$$V_y = V_{0y} - gt = 16,07 - 9,8 \cdot 1,15 = \boxed{4,8 \text{ m/s}}$$

c) Não, V_y é positivo \Rightarrow a bola ainda sobe.

$$57) \vec{V} = 7,6\hat{i} + 6,1\hat{j}$$

de B até C, temos que:

$$a) y_{\max} \Rightarrow V_{yc} = 0, V_{yb} = 6,1 \text{ m/s}$$

$$V_{yc}^2 = V_{yb}^2 - 2g\Delta y \Rightarrow 0^2 = (6,1)^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot \Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{37,21}{2 \cdot 9,8} = 1,898 \text{ m}$$

$$y_{\max} = y_b + \Delta y = 9,1 + 1,898 = 10,898 \text{ m} \approx 11 \text{ m}$$

b) Cálculo do tempo de queda (C até D)

$$y = y_D = 0, y_0 = y_c = 11 \text{ m}, V_0 = V_c = 0$$

$$y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 11 - \frac{9,8}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t = 1,5 \text{ s}$$

o tempo de subida é igual ao tempo de descida

$$t' = 2t = 3 \text{ s}, V_x = 7,6 \text{ m/s} \rightarrow \text{constante}$$

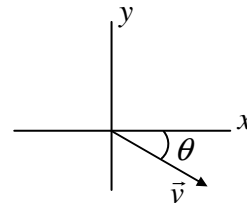
$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t \Rightarrow x = 7,6 \cdot 3 \Rightarrow 22,8 \text{ m}$$

$$c) V_x = 7,6 \text{ m/s}$$

$$V_{yD} = V_{yc} - gt = 0 - 9,8 \cdot 1,5 = -14,7 \text{ m/s}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(7,6)^2 + (-14,7)^2} = 16,55 \text{ m/s}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{14,7}{7,6} \Rightarrow \theta = 63^\circ$$



$$58) V_{0x} = 1,52 \text{ m/s}, V_{0y} = 0$$

$$y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = -4,9t^2$$

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t \Rightarrow x = 1,52t$$

isolando t, em x e substituindo em y, temos que:

$$y = -2,12x^2$$

$$p/x_1 = 20,3 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow y_1 = -8,74 \cdot 10^{-2} \text{ m} \rightarrow \text{não bateu}$$

$$p/x_2 = 40,6 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow y_2 = -34,94 \cdot 10^{-2} \text{ m} \rightarrow \text{não bateu}$$

$$p/x_3 = 60,9 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow y_3 = -78,63 \cdot 10^{-2} \text{ m} \rightarrow \text{já bateu}$$

Como $|y_3| > |x_3| \rightarrow$ a bola bate no terceiro degrau

59) Como as velocidades estão na mesma direção, basta considerar os sentidos.

$$\text{a) } V_{BA} = 14 \text{ Km/h}, V_{AM} = -9 \text{ Km/h}$$

$$\vec{V}_{BM} = \vec{V}_{BA} + \vec{V}_{AM} \Rightarrow V_{BM} = 14 - 9 = \boxed{5 \text{ Km/h}} \rightarrow \text{Rio acima}$$

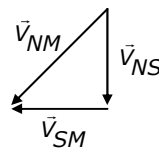
$$\text{b) } V_{CB} = -6 \text{ Km/h}$$

$$\vec{V}_{CM} = \vec{V}_{CB} + \vec{V}_{BM} \Rightarrow V_{CM} = -6 + 5 = \boxed{-1 \text{ Km/h}} \rightarrow \text{Rio abaixo}$$

$$60) \vec{V}_{NS} = -(8 \text{ m/s})\hat{j}, \vec{V}_{SM} = -(50 \text{ Km/h})\hat{i} = -(13,89 \text{ m/s})\hat{i}$$

$$\vec{V}_{NM} = \vec{V}_{NS} + \vec{V}_{SM} = -(8 \text{ m/s})\hat{j} - (13,89 \text{ m/s})\hat{i}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{13,89}{8} \Rightarrow \boxed{\theta = 60^\circ}$$



$$61) \text{ a) } \vec{V}_{MS} = \vec{V}_{MP} + \vec{V}_{PS} \Rightarrow -(60 \text{ km/h})\hat{j} = \vec{V}_{MP} - (80 \text{ km/h})\hat{i} \Rightarrow \vec{V}_{MP} = \boxed{(80 \text{ Km/h})\hat{i} - (60 \text{ Km/h})\hat{j}}$$

$$\text{b) } \text{tg } \theta_1 = \frac{80}{60} \Rightarrow \theta_1 = 53^\circ$$

$$\text{tg } \theta_2 = \frac{800}{600} \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ \text{ (ângulo de visada)}$$

c) Como a aceleração é nula \Rightarrow As velocidades são constantes \rightarrow (a) não muda

$$\text{tg } \theta_2' = \frac{x - \Delta x}{y - \Delta y} = \frac{0,8 - V_{PS} \cdot t}{0,6 - V_{MS} \cdot t} = \frac{0,8 - 80t}{0,6 - 60t} = \frac{8(0,1 - 10t)}{6(0,1 - 10t)} = \frac{8}{6} \Rightarrow \theta_2' = 53^\circ \Rightarrow \text{(b) não muda}$$