PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

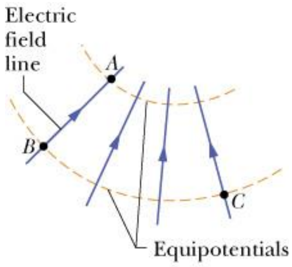
Professores: Edson Vaz e Renato Medeiros

EXERCÍCIOS

NOTA DE AULA II

Goiânia - 2014

1. Na figura abaixo, quando um elétron se desloca de *A* até *B* ao longo de uma linha de campo elétrico, esse campo realiza um trabalho de $3{,}94x10^{-19}$ *J*. Quais são as diferenças de potencial elétrico (a) $V_A - V_B$; (b) $V_C - V_A$; (c) $V_C - V_B$.



$$q = -1{,}6 \times 10^{-19} C$$

$$T_{AB} = 3{,}94 \times 10^{-19} J$$

a)

$$V_A - V_B = -\frac{T_{AB}}{q}$$

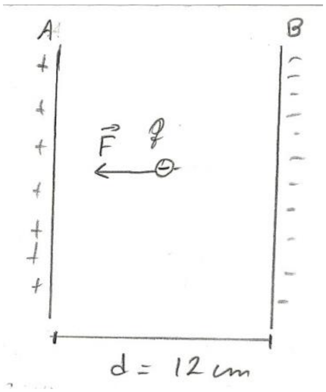
$$V_A - V_B = -\frac{3{,}94 \times 10^{-19}}{-1{,}6 \times 10^{-19}} = \boxed{2{,}46V}$$

b) *Os pontos B e C estão numa mesma equipotencial, portanto,* $V_C = V_B$

$$V_C - V_A = V_B - V_A = \boxed{-2{,}46V}$$

c) *Como* $V_C = V_B \Rightarrow \boxed{V_B - V_C = 0}$

2. Duas grandes placas condutoras, paralelas entre si e afastadas por uma distância de 12 cm, têm cargas de mesmo valor absoluto e de sinais opostos nas faces que se defrontam. Um elétron colocado em um ponto entre as duas placas sofre uma força eletrostática de $3{,}9 \times 10^{-15}$ N. Desprezando o efeito de borda, ou seja, considerando o campo uniforme em todos os pontos entre as placas, determine (a) o valor do campo elétrico no ponto onde se encontra o elétron, e (b) o valor da diferença de potencial entre as placas.



$q = -1,6 \times 10^{-19} C$

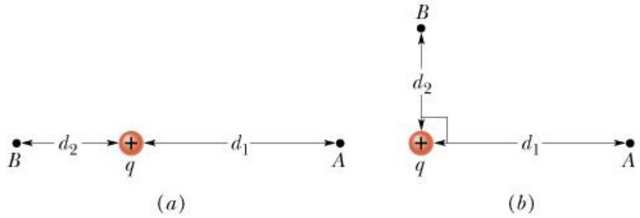
$F = 3,9 \times 10^{-15} N$

a) $F = |q| E \Rightarrow E = \dfrac{F}{|q|} = \dfrac{3,9 \times 10^{-15}}{1,6 \times 10^{-19}} = 2,44 \times 10^{4} N/C$

b) $V_A - V_B = Ed = 2,44 \times 10^{4} \times 0,12$

$V_{AB} = 2,93 \times 10^{3} V$

3. Considere uma carga puntiforme q = + 1,0μC e dois pontos B e A que distam, respectivamente, 1,0 m e 2,0 m da carga. (a) Tomando tais pontos diametralmente opostos, como mostra a figura abaixo. Qual é a diferença de potencial $V_a - V_b$? (b) Repita o item (a) considerando os pontos A e B localizados como mostra a Fig. 10b. *R: a)* $V_{AB} = -4,5 \cdot 10^{3}$ *V b)*$V'_{AB} = -4,5 \cdot 10^{3}$ *V*



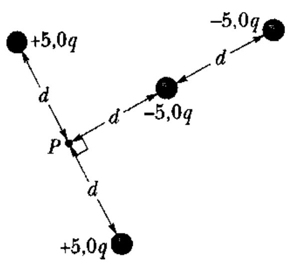
$q = 1,0 \mu C$

$a)$

$$\left.\begin{array}{l} V_A = k\dfrac{q}{r} = 8,99x10^{9}\,\dfrac{1,0x10^{-6}}{2} = 4500V \\ V_B = k\dfrac{q}{r} = 8,99x10^{9}\,\dfrac{1,0x10^{-6}}{1} = 9000V \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta V = V_A - V_B = 4500 - 9000 = -4500V$$

$b) mesmo\_valor$

4. Na figura abaixo, qual o potencial resultante no ponto *P* devido às quatro cargas pontuais, se *V* = 0 no infinito?

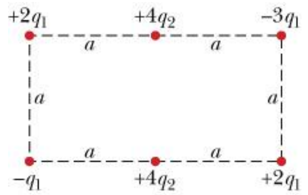


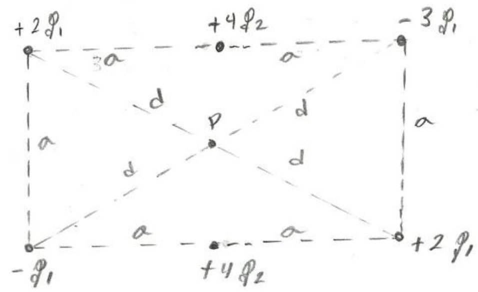
$$\left.\begin{aligned} V_1 &= K_o \frac{q_1}{r_1} = K_o \frac{5q}{d} \\ V_2 &= K_o \frac{q_2}{r_2} = K_o \frac{5q}{d} \\ V_3 &= K_o \frac{q_3}{r_3} = K_o \frac{-5q}{d} \\ V_4 &= K_o \frac{q_4}{r_4} = K_o \frac{-5q}{2d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_T = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = K_o \frac{5q}{d} + K_o \frac{5q}{d} + K_o \frac{-5q}{d} + K_o \frac{-5q}{2d}$$

$$V_T = K_o \frac{q}{d}\left(5+5-5-\frac{5}{2}\right)$$

$$\boxed{V_T = K_o \frac{q}{d}(2,5)}$$

5. A figura a seguir mostra um arranjo retangular de partículas carregadas mantidas fixas no lugar, com *a = 39,0 cm* e as cargas indicadas como múltiplos inteiros de q_1 = *3,40 pC* e q_2 = *6,00 pC*. Com *V = 0* no infinito, qual é o potencial elétrico no centro do retângulo? (*sugestão:* Examinando o problema com atenção é possível reduzir consideravelmente os cálculos).





$$q_1 = 3,4pC = 4,1\times10^{-12}C$$
$$q_2 = 6,0pC = 6,0\times10^{-12}C$$
$$a = 39cm = 0,39m$$

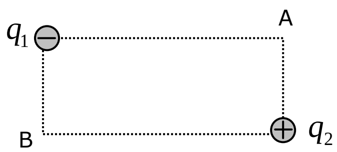
Sendo d a distância entre cada carga do vértice e o centro do retângulo, temos que:

$$V_p = K_0\left(\frac{q}{d}\right) = K_0\left(\frac{2q_1}{d} + \frac{4q_2}{a/2} - \frac{3q_1}{d} + \frac{2q_1}{d} + \frac{4q_2}{a/2} - \frac{q_1}{d}\right)$$

$$V_p = K_0\left(\frac{16q_2}{a}\right) = 9\times10^9 \times \left(\frac{16\times6\times10^{-12}}{0,39}\right) = 2,22V$$

6. No retângulo da figura abaixo, os lados possuem comprimentos de 5,0 cm e 15 cm, q_1 = -5,0μC e q_2 = +2,0μC. Com *V* = 0 no infinito, quais os potenciais elétricos (a) no vértice

A e (b) no vértice B? (c) Qual o trabalho realizado pela força elétrica para mover uma terceira carga q_3 = +3,0μC de B para A ao longo de uma diagonal do retângulo? Este trabalho é maior, menor ou o mesmo exigido se q_3 for movida ao longo de trajetórias que estejam (d) dentro do retângulo, mas não sobre uma diagonal, e (e) fora do retângulo? *R: a) +6,0 x 10^4 V; b) – 7,8 x 10^5 V; c) -2,5 J; d) o mesmo; e) o mesmo.*



$$q_1 = -5\mu C$$
$$q_1 = +2\mu C$$
$$a)$$
$$V_A = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 8,99x10^9\left(\frac{-5x10^{-6}}{15x10^{-2}} + \frac{2x10^{-6}}{5x10^{-2}}\right)$$
$$\left[V_A = 6x10^4 V\right]$$

$$b)$$
$$V_B = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 8,99x10^9\left(\frac{-5x10^{-6}}{5x10^{-2}} + \frac{2x10^{-6}}{15x10^{-2}}\right)$$
$$\left[V_A = -7,8x10^5 V\right]$$

$$c)$$
$$V = \frac{U}{q} \Rightarrow \Delta U = U_f - U_i = -W$$
$$então:$$
$$\left(V_f - V_i\right)q = -W$$
$$W = -\left(6x10^4 - \left(-7,8x10^5\right)\right) = \boxed{-2,52J}$$
$$c) mesmo$$
$$d) mesmo$$

7. Quais são (a) a carga e (b) a densidade de carga sobre a superfície de uma esfera condutora de raio 0,15 m, cujo potencial é de 200 V (com V = 0 no infinito)?

a) $V = K_o \frac{q}{R} \Rightarrow q = \frac{V \times R}{K_o} = \frac{200 \times 0,15}{9 \times 10^9} \Rightarrow \boxed{q = 3,33 \times 10^{-9} C}$

b) $\sigma = \frac{q}{a} = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{3,33 \times 10^{-9}}{4\pi\left(0,15\right)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma = 1,18 \times 10^{-8} C/m^2}$

8. Dois condutores esféricos, A e B, de raios R_A = R e R_B = 2R estão isolados e distantes um do outro. As cargas das duas esferas são de mesmo sinal e a densidade superficial de carga de A é duas vezes maior do que a de B. Ligando-se as duas esferas por meio de um fio condutor, verifique se haverá passagem de carga de uma para outra. Explique.

$R_A = R$

$R_B = 2R$

$\sigma_A = 2\sigma_B$

Quando as esferas forem ligadas, só haverá passagem de carga de uma para a outra se existir uma diferença de potencial entre elas.

Vamos determinar o potencial de cada esfera.

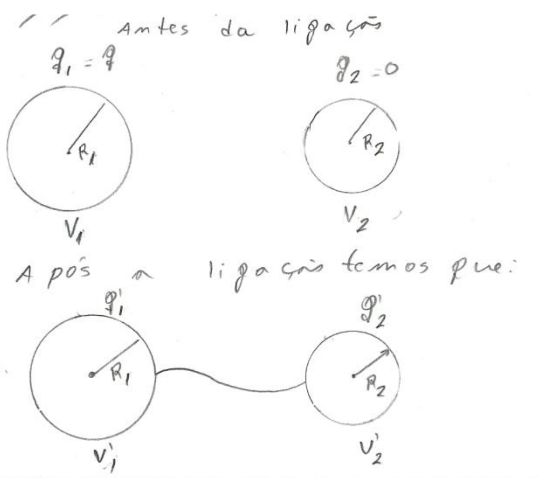
$$V_A = K_o \frac{q_A}{R_A} = K_o \frac{\sigma_A A_A}{R_A} = K_o \frac{\sigma_A 4\pi R_A^2}{R_A} \Rightarrow \boxed{V_A = \sigma_A 4\pi R_A^2}$$

De maneira semelhante

$$V_B = K_o \frac{q_B}{R_B} = K_o \frac{\sigma_B A_B}{R_B} = K_o \frac{\sigma_B 4\pi R_B^2}{R_B} \Rightarrow \boxed{V_B = \sigma_B 4\pi R_B^2}$$

Sendo: $R_B = 2R$ *e* $\frac{\sigma_A}{2} = \sigma_B$, *podemos verificar que* $V_A = V_B$, *portanto não haverá passagem de cargas entre elas.*

9. Considere duas esferas condutoras, 1 e 2 separadas por uma grande distância, a segunda tendo o dobro do diâmetro da primeira. A esfera menor possui inicialmente uma carga positiva *q* e a maior está inicialmente descarregada. Agora você liga as esferas com um fio fino e longo. (a) Como estão relacionados os potenciais finais V_1 e V_2 das esferas? (b) Quais as cargas finais q_1 e q_2 sobre as esferas, em termos de *q*? (c) Qual a relação entre a densidade superficial de carga final da esfera 1 e 2?



$R_1 = 2R_2$

a) *Após a ligação, haverá passagem de cargas entre elas até que atinjam o mesmo potencial, portanto,* $V_1^{'} = V_2^{'}$.

b) *Temos que:*

$$V_1^{'} = V_2^{'}$$

$$K_o \frac{q_1^{'}}{R_1} = K_o \frac{q_2^{'}}{R_2} \Rightarrow K_o \frac{q_1^{'}}{2R_2} = K_o \frac{q_2^{'}}{R_2} \Rightarrow \boxed{q_1^{'} = 2q_2^{'}}$$

Podemos usar a conservação das cargas, ou seja, a soma algébrica das cargas das duas esferas, antes e após a ligação, são iguais.

$q_1 + q_2 = \boxed{q_1^{'} + q_2^{'} = q}$ *. Temos agora um sistema formado por duas equações:*

$$\Rightarrow 2q_2' + q_2' = q \Rightarrow 3q_2' = q \Rightarrow \boxed{q_2' = \frac{q}{3}}$$

$$q_1' = 2q_2' \Rightarrow \boxed{q_1' = \frac{2q}{3}}$$

c)

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{\frac{q_1'}{A_1}}{\frac{q_2'}{A_2}} = \frac{q_1'}{4\pi R_1^2} \cdot \frac{4\pi R_1^2}{q_2'} = \frac{2q_2' \cdot R_2^2}{(2R_2)^2 \cdot q_2'} = \frac{2R_2^2}{4R_2^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}}$$

10. Uma gota esférica de água transportando uma carga de 30 pC tem um potencial de 500 V em sua superfície (com V = 0 no infinito). (a) Qual é o raio da gota? (b) se duas gotas iguais a esta, com a mesma carga e o mesmo raio, juntarem para constituir uma única gota esférica, qual será o potencial na superfície da nova gota?

$$q = 30\,pC = 30\times10^{-12}C$$

$$V = 500V$$

a) $V = \frac{K_o q}{R} \Rightarrow R = \frac{K_o q}{V} = \frac{9\times10^{9}\times30\times10^{-12}}{500} \Rightarrow \boxed{R = 5,4\times10^{-4}m}$

b) *Vamos calcular a carga e o raio da nova gota:*

$$q^{'} = 2q = 2\times30\times10^{-12} = 60\times10^{-12}C$$

Para calcular o raio da nova gota vamos usar a condição de que seu volume será o dobro do volume de cada uma das gotas.

$$V' = 2V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi\left(R'\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(R\right)^3 \Rightarrow R' = \sqrt[3]{2}R$$

$$R' = \sqrt[3]{2} \times 5,4 \times 10^{-4} \Rightarrow R' = 6,8 \times 10^{-4} m$$

$$V' = \frac{K_o q'}{R'} = \frac{9 \times 10^9 \times 60 \times 10^{-12}}{6,8 \times 10^{-4}}$$

$$\boxed{V' = 794,12V}$$

11. Considere duas esferas condutoras de raios R_1 = 14 cm e R_2 = 16 cm, separadas por uma distância muito grande. Inicialmente a esfera menor tem uma carga q_1 = 7 μC e a esfera maior uma carga q_2 = 2 μC. As esferas são ligadas por um fio longo e fino. Determine o valor da carga final de cada uma das esferas após ser atingido o equilíbrio eletrostático.

$$R_1 = 14cm \qquad q_1 = 7\mu C$$

$$R_2 = 16cm \qquad q_2 = 2\mu C$$

Após a ligação haverá passagem de carga entre elas até que atinjam o mesmo potencial elétrico. Após o equilíbrio os potenciais serão iguais, portanto, sendo q e q' *as cargas finais, temos que:*

$$V_1' = V_2' \Rightarrow \frac{K_o q_1'}{R_1} = \frac{K_o q_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1'}{14} = \frac{q_2'}{16} \Rightarrow \boxed{q_1' = \frac{14}{16} q_2'}$$

Pela conservação das cargas, a soma algébrica das cargas antes da ligação e após a ligação tem o mesmo valor.

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' \Rightarrow 7 + 2 = q_1' + q_2' \Rightarrow q_1' + q_2' = 9\mu C$$

$$\frac{14}{16} q_2' + q_2' = 9 \Rightarrow \boxed{q_2' = 4,8\mu C}$$

$$q_1' = \frac{14}{16} \times 4,8 \Rightarrow \boxed{q_1' = 4,2\mu C}$$

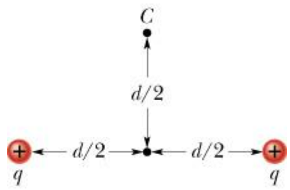
12. (a) Qual a energia potencial elétrica de um sistema formado por dois elétrons separados por uma distância de 2 nm? (b) Se a distância entre os elétrons diminuir, a energia potencial elétrica do sistema aumente ou diminui?

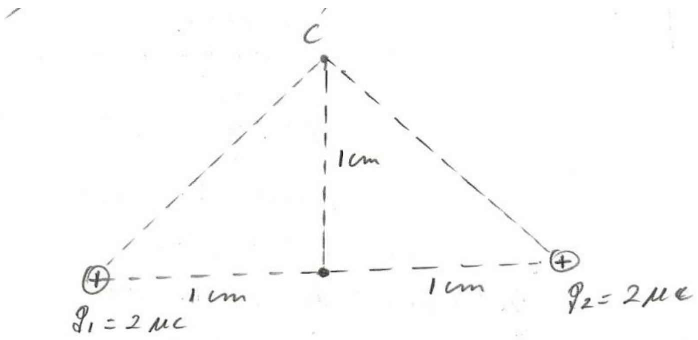
a) $$u = K_o \frac{q_1 q_2}{d} = \frac{9 \times 10^9 \left(-1,6 \times 10^{-19}\right) \times \left(-1,6 \times 10^{-19}\right)}{2 \times 10^{-9}}$$

$$\boxed{u = 1,15 \times 10^{-19} J}$$

b) Aumenta.

13. Duas cargas $q = +2,0\mu C$ são mantidas fixas a uma distância $d = 20\ cm$ uma da outra conforme figura abaixo. (a) Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto *C*? (b) Qual é o trabalho necessário para deslocar uma terceira carga $q = +2,0\mu C$ do infinito até o ponto *C*? (c) Qual é a energia potencial *U* da nova configuração?





a) *Cálculo da distância entre cada carga e o ponto C.*

$$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41cm = 1,41\times10^{-2}m$$

O potencial no ponto C é gerado pelas duas cargas $(q_1 \text{ e } q_2)$.

$$V_C = K_o\frac{q_1}{d_1} + K_o\frac{q_2}{d_2} \Rightarrow V_C = K_o\left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2}\right) = 9\times10^9\left(\frac{2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}}\right)$$

$$\boxed{V_C = 2,55\times10^6 V}$$

b) *O trabalho realizado por um agente externo será:*

$$\text{T}_{\infty C} = q_3\left(V_C - \underbrace{V_\infty}_{=0}\right) \Rightarrow \text{T}_{\infty C} = 2\times10^{-6}\times2,55\times10^6 V$$

$$\boxed{\text{T}_{\infty C} = 5,1J}$$

c) *Para um sistema formado por três cargas puntiformes, a energia potencial é dada por:*

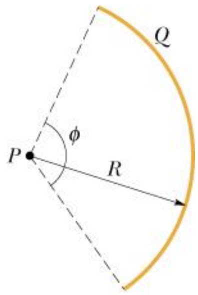
$$u = K_o\frac{q_1q_2}{d_{12}} + K_o\frac{q_1q_3}{d_{13}} + K_o\frac{q_2q_3}{d_{23}}$$

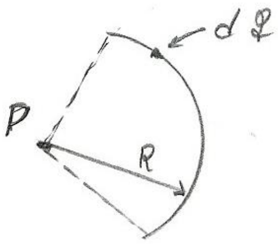
$$u = K_o\left\{\frac{q_1q_2}{d_{12}} + \frac{q_1q_3}{d_{13}} + \frac{q_2q_3}{d_{23}}\right\}$$

$$u = 9\times10^9\left\{\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{2\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}}\right\}$$

$$\boxed{u = 6,9J}$$

14. Na figura abaixo, uma barra de plástico com um carga uniformemente distribuída *Q = -25,6 pC* tem a forma de um arco de circunferência de raio *R = 3,71 cm* e ângulo central $\Phi = 120^o$. Com *V = 0* no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto *P*, o centro de curvatura da barra?





$Q = -25{,}6\ pC = -25{,}6 \cdot 10^{-12}\ C$

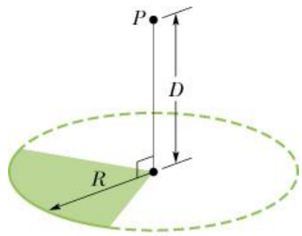
$R = 3{,}71\ cm = 3{,}71 \cdot 10^{-2}\ m$

$$dV = \frac{k_0\, dq}{R}$$

$$\Rightarrow V = \int_0^Q \frac{k_0\, dq}{R} = \frac{k_0}{R}\int_0^Q dq$$

$$\Rightarrow V = \frac{k_0\, Q}{R} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-25{,}6 \cdot 10^{-12})}{3{,}71 \cdot 10^{-2}} = \boxed{-6{,}2}$$

15. Um disco de plástico de raio *R = 64,0 cm* é carregado na face superior com uma densidade superficial de cargas uniforme σ = *7,73 fC/m²* e, em seguida, três quadrantes do disco são removidos. A figura abaixo mostra o quadrante remanescente. Com *V = 0* no infinito, qual é o potencial produzido pelo quadrante remanescente no ponto *P*, que está sobre o eixo central do disco original a uma distância *D = 25,9 cm* do centro do disco original?



$R = 64cm$

$\sigma = 7{,}73\, fC / m^2$

$D = 25{,}9cm$

Por simetria, percebemos que o potencial elétrico gerado por cada um dos quatro quadrantes do disco tem o mesmo valor para o ponto P considerado; Portanto, devemos dividir o potencial gerado pelo disco no ponto P por 4 (este potencial já foi calculado).

$$V_P = \frac{V_{disco}}{4} = \frac{\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\left(\sqrt{D^2+R^2}-D\right)}{4}$$

$$V_P = \frac{\frac{7,73\times10^{-15}}{2\times8,85\times10^{-12}}\left(\sqrt{\left(25,9\times10^{-2}\right)^2+\left(647\times10^{-2}\right)^2}-25,9\times10^{-2}\right)}{4}$$

$$\boxed{V_p = 4,71\times10^{-5}V}$$

16. Um capacitor de placas paralelas possui placas circulares de raio 8,2 cm e separação 1,3 mm. (a) Calcule sua capacitância. (b) Que carga aparecerá sobre as placas se a diferença de potencial aplicada for de 120 V?

$r = 8,2cm$

$d = 1,3mm$

$V = 120V$

$a)$

$$C = \varepsilon_o\frac{A}{d} = 8,85x10^{-12}\,\frac{\pi\left(8,2x10^{-2}\right)^2}{1,3x10^{-3}} = \boxed{143,73\times10^{-12}F}$$

$b)$

$$q = CV = 143,73x10^{-12}F\times120 = \boxed{17,25\times10^{-9}C}$$

17. Sejam duas placas metálicas planas, cada uma de área 1,00 m2, com as quais desejamos construir um capacitor de placas paralelas. Para obtermos uma capacitância de 1,00 F, qual deverá ser a separação entre as placas? Será possível construirmos tal capacitor?

$A = 1\,m^2$

$C = 1\,F$

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\varepsilon_0 A}{C} = \frac{8,85.10^{-12}.1}{1} = \boxed{8,85.10^{-12}\,m}$$

18. Duas placas paralelas de folha de alumínio têm uma separação de 1,0 mm, uma capacitância de 10 pF e estão carregadas a 12 V. (a) Calcule a área da placa. Mantendo-se a carga constante, diminuímos a separação entre as placas de 0,10 mm. (b) Qual é a nova capacitância? (c) De quanto varia a diferença de potencial?

$d = 1\,mm = 10^{-3}\,m$

$C = 10\,pF = 10.10^{-12}\,F$

$V_{AB} = 12\,V$

a) $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{C_0 d}{\varepsilon_0} = \frac{10.10^{-12} . 10^{-3}}{8,85.10^{-12}} = \boxed{1,13.10^{-3} m^2}$

b) a nova separação entre as placas será

$d' = 1 - 0,1 = 0,9 \, mm = 0,9 . 10^{-3} m$

$C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d'} = \frac{8,85.10^{-12} . 1,13.10^{-3}}{0,9.10^{-3}} = 1,11.10^{-11} F = \boxed{11,1 pF}$

c) cálculo do novo potencial

$q = C'V' \Rightarrow V' = \frac{q}{C'} = \frac{CV}{C'} = \frac{10 . 12}{11,1} = 10,81 V$

$\Delta V = 12 - 10,81 = \boxed{1,19 V}$

19. Quantos capacitores de 1,0 μF devem ser ligados em paralelo para acumularem uma carga de 1 C na associação? Considere que a ddp aplicada à associação seja de 110 V.

$V_{AB} = 110V$; C=1μF; q=1C

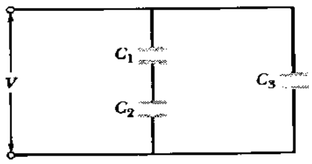
Vamos determinar a capacitância equivalente.

$$C_{eq} = \frac{q}{V_{AB}} = \frac{1}{110} F$$

Como a capacitância equivalente é a soma das capacitâncias, temos que:

$$C_{eq} = nC \Rightarrow \frac{1}{110} = n \times 1 \times 10^{-6} \Rightarrow \boxed{n = 9090,9 \text{ capacitores.}}$$

20. Para a associação representada na figura abaixo, considerando C_1 = 10,0 μF, C_2 = 5,00 μF, C_3 = 4,00 μF e V = 100 V determine (a) a capacitância equivalente. (b) a carga, (c) a diferença de potencial e (d) a energia armazenada para cada capacitor.



C_1 e C_2 estão em série, portanto:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{10 \times 10^{-6}} + \frac{1}{5 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{C_{12} = \frac{10}{3} \times 10^{-6} F}$$

C_{12} está em paralelo com C_3, portanto:

$$C_{eq} = C_{12} + C_3 = \frac{10}{3} \times 10^{-6} + 4 \times 10^{-6} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = 7,33 \times 10^{-6} F}$$

b) A ddp em C_5 e C_3 são iguais à ddp V_{AB}

$V_5 = V_3 = V_{AB} = 100\,V$

$q_3 = C_3 \cdot V_3 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \Rightarrow \boxed{q_3 = 4 \cdot 10^{-4}\,C}$

$q_5 = C_5 \cdot V_5 = 3{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 3{,}33 \cdot 10^{-4}\,C$

temos que:

$\boxed{q_1 = q_2 = q_5 = 3{,}33 \cdot 10^{-4}\,C}$

c) $\boxed{V_3 = 100\,V}$

$q_1 = C_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{3{,}33 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_1 = 33{,}3\,V}$

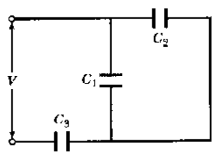
$q_2 = C_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{3{,}33 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_2 = 66{,}6\,V}$

d) $U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot (33{,}3)^2 = \boxed{5{,}54 \cdot 10^{-3}\,J}$

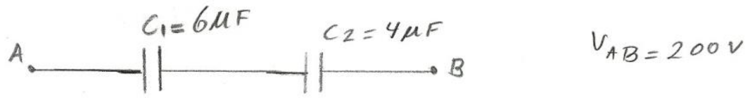
de maneira semelhante teremos:

$\boxed{U_2 = 1{,}11 \cdot 10^{-2}\,J}$ e $\boxed{U_3 = 2 \cdot 10^{-2}\,J}$

21. Para a associação representada na figura abaixo, considerando $C_1 = 10{,}0\ \mu F$, $C_2 = 5{,}00\ \mu F$, $C_3 = 4{,}00\ \mu F$ e $V = 100\ V$ determine (a) a capacitância equivalente, (b) a carga, (c) a diferença de potencial e (d) a energia armazenada para cada capacitor.



22. Um capacitor de capacitância $C_1 = 6{,}00\ \mu F$ é ligado em série com outro de capacitância $C_2 = 4{,}00\ \mu F$ e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada através do par. (a) Calcule a capacitância equivalente da associação. (b) Qual é a carga sobre cada capacitor? (c) Qual é a diferença de potencial através de cada capacitor?



a) $C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{6 \cdot 4}{6+4} = \boxed{2,4 \mu F}$

b) A carga em cada capacitor é a mesma da associação

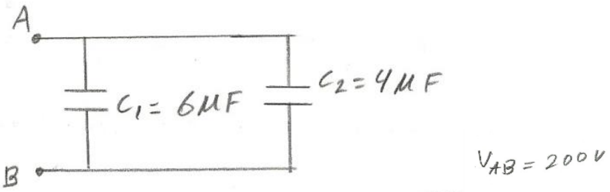
$q = C_{eq} \cdot V_{AB} = 2,4 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 4,8 \cdot 10^{-4} C$

$\Rightarrow \boxed{q_1 = q_2 = 4,8 \cdot 10^{-4} C}$

c) $q_1 = C_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_1 = 80 V}$

$q_2 = C_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_2 = 120 V}$

23. Um capacitor de capacitância C_1 = 6,00 μF é ligado em paralelo com outro de capacitância C_2 = 4,00 μF e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada através do par. (a) Calcule a capacitância equivalente da associação. (b) Qual é a carga sobre cada capacitor? (c) Qual é a diferença de potencial através de cada capacitor?



a) $C_{eq} = C_1 + C_2 = 6 + 4 = \boxed{10 \mu F}$

b) A ddp em cada capacitor é a mesma da associação

$V_1 = V_2 = V_{AB} = 200 V$

$q_1 = C_1 V_1 = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \Rightarrow \boxed{q_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} C}$

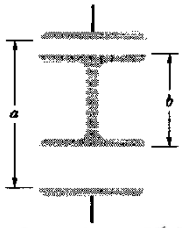
$q_2 = C_2 V_2 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \Rightarrow \boxed{q_2 = 8 \cdot 10^{-4} C}$

c) $\boxed{V_1 = V_2 = 200 V}$

24. Um capacitor de 100 pF é carregado sob uma diferença de potencial de 50 V e a bateria que o carrega é retirada. O capacitor é, então, ligado em paralelo com um segundo capacitor, inicialmente descarregado. Sabendo-se que a diferença de potencial da associação passa a ser de 35 V, determine a capacitância deste segundo capacitor.

25. A figura abaixo mostra dois capacitores em série, cuja seção central, de comprimento **b**, pode ser deslocada verticalmente. Mostre que a capacitância equivalente dessa combinação em série é independente da posição da seção central e é dada por

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{a-b}$$



$$A_1 = A_2 = A$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d_1} \quad e \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{d_2}$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\varepsilon_0 A}{d_1} \cdot \frac{\varepsilon_0 A}{d_2}}{\frac{\varepsilon_0 A}{d_1} + \frac{\varepsilon_0 A}{d_2}} = \frac{\frac{\varepsilon_0^2 A^2}{d_1 d_2}}{\frac{\varepsilon_0 A (d_2 + d_1)}{d_1 d_2}} = \frac{\varepsilon_0^2 A^2}{d_1 d_2} \cdot \frac{d_1 d_2}{\varepsilon_0 A (d_1 + d_2)}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{d_1 + d_2}$$

temos que: $a = d_1 + b + d_2 \Rightarrow d_1 + d_2 = a - b$

$$\Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{a - b}}$$

26. Dois capacitores, de capacitâncias $C_1 = 2\ \mu F$ e $C_2 = 4\ \mu F$, são ligados em paralelo através de uma diferença de potencial de 300 V. Calcular a energia total armazenada nos capacitores.

$$\left.\begin{array}{l} C_1 = 2\mu F \\ C_2 = 4\mu F \end{array}\right\} \Rightarrow paralelo$$

$$V = 300V$$

$$U_T = U_1 + U_2 = \frac{1}{2}\left(C_1 + C_2\right)V^2 = \frac{1}{2}\left(2\times10^{-6} + 4\times10^{-6}\right)300^2$$

$$\boxed{U_T = 0,27J}$$

27. Um capacitor de placas paralelas com ar entre as placas, possui uma capacitância de 1,3 pF. A separação entre as placas é duplicada e introduz-se cera entre elas. A nova capacitância é igual a 2,6 pF. Determine a constante dielétrica da cera.

$C_1 = 1,3\ pF$, $A_1 = A_2 = A$, $d_2 = 2d_1$, $C_2 = 2,6\ pF$

$C_1 = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d_1}$

com o dielétrico temos que:

$C_2 = k\,\varepsilon_0 \dfrac{A}{d_2} = k\,\varepsilon_0 \dfrac{A}{2d_1} = \dfrac{k}{2}\,\varepsilon_0 \dfrac{A}{d_1}$

$\Rightarrow C_2 = \dfrac{k\,C_1}{2} \Rightarrow k = \dfrac{2C_2}{C_1} = \dfrac{2 \cdot 2,6}{1,3} \Rightarrow \boxed{k = 4}$

28. Um capacitor de placas paralelas, preenchido com ar entre elas, possui capacitância de 50 pF. (a) Se cada uma de suas placas possuírem uma área de 0,35 m^2, qual a separação entre as placas? (b) Se a região entre as placas for agora preenchida com um material tendo k = 5,6, qual a nova capacitância?

$C_1 = 50\,pF = 50 \cdot 10^{-12}\ F$

a) $A = 0,35\ m^2$

$C = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d} \Rightarrow d = \dfrac{\varepsilon_0 A}{C} = \dfrac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,35}{50 \cdot 10^{-12}} = \boxed{6,2 \cdot 10^{-2}\ m}$

b) $k = 5,6$

$C = k\,C_0 = 5,6 \cdot 50 = \boxed{280\ pF}$

29. Uma certa substância tem uma constante dielétrica de 2,8 e uma rigidez dielétrica de 18 MV/m. Se esta substância for usada como dielétrico de um capacitor da placas paralelas, qual deverá ser, no mínimo, a área das placas do capacitor para que a capacitância seja 0, 07 μF e o capacitor suporte uma diferença de potencial de 4 kV?

A rigidez dielétrica é o valor máximo do campo elétrico entre as placas.

$E_{máx} = 18\ MV/m = 18 \cdot 10^6\ V/m$, $k = 2,8$, $C = 0,07\,\mu F = 0,07 \cdot 10^{-6}\ F$

$V_{AB} = 4\ kV = 4 \cdot 10^3\ V$

Cálculo da distância entre as placas.

Para o campo elétrico uniforme temos que: $V_{AB} = E \cdot d$

$\Rightarrow d = \dfrac{V_{AB}}{E} = \dfrac{4 \cdot 10^3}{18 \cdot 10^6} = 2,22 \cdot 10^{-4}\ m$

$C = k\,\varepsilon_0 \dfrac{A}{d} \Rightarrow A = \dfrac{C \cdot d}{k\,\varepsilon_0} = \dfrac{0,07 \cdot 10^{-6} \cdot 2,22 \cdot 10^{-4}}{2,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$

$\boxed{A = 0,63 m^2}$