Equivalências Lógicas

Aula 13

Equivalências Lógicas

- Leis de De Morgan
  - $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
  - $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- Propriedade da Dupla Negação
  - $\sim(\sim p) \equiv p$
- Propriedade da Condicional
  - $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

Equivalências

- Propriedade Associativa
  - (p v q) v r ≡ p v (q v r)
  - (p ^ q) ^ r ≡ p ^ (q ^ r)

- Propriedade Comutativa
  - p v q ≡ q v p
  - p ^ q ≡ q ^ p

A ordem das proposições não altera o resultado

Equivalências

- Propriedades Distributivas
  - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
  - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Note que a formula possui conjunção e disjunção. Diferente da distributiva que possui uma ou outra, mas não ambas ao mesmo tempo.

Equivalências

- Propriedades Distributivas
  - p v (q ^ r) ≡ (p v q) ^ (p v r)
  - p ^(q v r) ≡ (p ^ q) v (p ^ r)
- Propriedades dos Elementos Neutros
  - p v F ≡ p
  - p ^ V ≡ p

Equivalências

- Propriedades Distributivas
  - p v (q ^ r) ≡ (p v q) ^ (p v r)
  - p ^(q v r) ≡ (p ^ q) v (p ^ r)
- Propriedades dos Elementos Neutros
  - p v F ≡ p
  - p ^ V ≡ p
- Propriedade de Negação
  - p v ~p ≡ V
  - p ^ ~p ≡ F

Equivalências

- Propriedades de Dominação
  - p v V ≡ V
  - p ^ F ≡ F
- Propriedades Idempotentes
  - p v p ≡ p
  - p ^ p ≡ p
- Propriedade de Absorção
  - p v (p ^ q) ≡ p
  - p ^ (p v q) ≡ p

Prova 1

Resolvendo a Prova usando as equivalências conhecidas

As Olimpíadas de 2016 foram realizadas no Rio de Janeiro e dentre as modalidades de esportes o voleibol masculino obteve um grande resultado, ganhando medalha de ouro como a muito tempo merecido. Sabemos que “se um time de voleibol ganha três sets então ele ganha a partida”. Uma regra equivalente a esta seria:

A. Se um time de voleibol ganha a partida então ele ganha três sets.
B. Se o time de voleibol não ganha os três sets então ele não ganha a partida
C. O time de voleibol não ganha os três sets ou ele ganha a partida
D. O time de voleibol ganha três sets e ganha a partida

As Olimpíadas de 2016 foram realizadas no Rio de Janeiro e dentre as modalidades de esportes o voleibol masculino obteve um grande resultado, ganhando medalha de ouro como a muito tempo merecido. Sabemos que "se um time de voleibol ganha três sets então ele ganha a partida". Uma regra equivalente a esta seria:

p: um time de voleibol ganha três sets

q: ele ganha a partida

p: um time de voleibol ganha três sets

q: ele ganha a partida

$p \rightarrow q$

p: um time de voleibol ganha três sets

q: ele ganha a partida

$p \rightarrow q$

A. Se um time de voleibol ganha a partida então ele ganha três sets. $(q \rightarrow p)$

B. Se o time de voleibol não ganha os três sets então ele não ganha a partida $(\sim p \rightarrow \sim q)$

C. O time de voleibol não ganha os três sets ou ele ganha a partida $(\sim p \vee q)$

D. O time de voleibol ganha três sets e ganha a partida $(p \wedge q)$

$p \rightarrow q$

A) $(q \rightarrow p)$

B) $(\sim p \rightarrow \sim q)$

C) $(\sim p \vee q)$

D) $(p \wedge q)$

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (propriedade condicional)

$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (Contrapositiva)

A) $(q \rightarrow p)$

B) $(\sim p \rightarrow \sim q)$

C) $(\sim p \vee q)$

D) $(p \wedge q)$

(ESAF/AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

A. Pedro não é pobre ou Alberto não é alto;
B. Pedro não é pobre e Alberto não é alto;
C. Pedro é pobre ou Alberto não é alto;
D. Se Pedro não é pobre então Alberto não é alto.

(ESAF/AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q)$$

(ESAF/AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q)$$

Vamos aplicar De Morgan!!!

(ESAF/AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Vamos aplicar De Morgan!!!

(ESAF/AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Pedro não é pobre ou Alberto não é alto!!!

Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”. Assinale a alternativa que contém uma proposição logicamente equivalente à do economista:

A) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos;
B) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos;
C) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa;
D) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.

“Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”.

p: os juros bancários são altos

q: inflação é baixa

A) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos;

B) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos;

C) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa;

D) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.

"Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa". $p \rightarrow q$

p: os juros bancários são altos

q: inflação é baixa

A) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos; $\sim q \rightarrow \sim p$

B) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos; $\sim q \rightarrow p$

C) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa; $\sim p \rightarrow \sim q$

D) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa. $\sim p \rightarrow q$

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (propriedade condicional)

$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (Contrapositiva)

A) $\sim q \rightarrow \sim p$

B) $\sim q \rightarrow p$

C) $\sim p \rightarrow \sim q$

D) $\sim p \rightarrow q$