



Equivalências Lógicas

Aula 13



Equivalências Lógicas

■ Leis de De Morgan

- $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

- $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

■ Propriedade da Dupla Negação

- $\sim(\sim p) \equiv p$

■ Propriedade da Condicional

- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$



Equivalências

■ Propriedade Associativa

□ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

□ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

■ Propriedade Comutativa

□ $p \vee q \equiv q \vee p$

□ $p \wedge q \equiv q \wedge p$

A ordem das proposições
não altera o resultado

Equivalências

■ Propriedades Distributivas

$$\square p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$\square p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Note que a formula possui conjunção e disjunção. Diferente da distributiva que possui uma ou outra, mas não ambas ao mesmo tempo.



Equivalências

■ Propriedades Distributivas

- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

■ Propriedades dos Elementos Neutros

- $p \vee F \equiv p$

- $p \wedge V \equiv p$



Equivalências

■ Propriedades Distributivas

- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

■ Propriedades dos Elementos Neutros

- $p \vee F \equiv p$

- $p \wedge V \equiv p$

■ Propriedade de Negação

- $p \vee \sim p \equiv V$

- $p \wedge \sim p \equiv F$



Equivalências

■ Propriedades de Dominação

- $p \vee V \equiv V$

- $p \wedge F \equiv F$

■ Propriedades Idempotentes

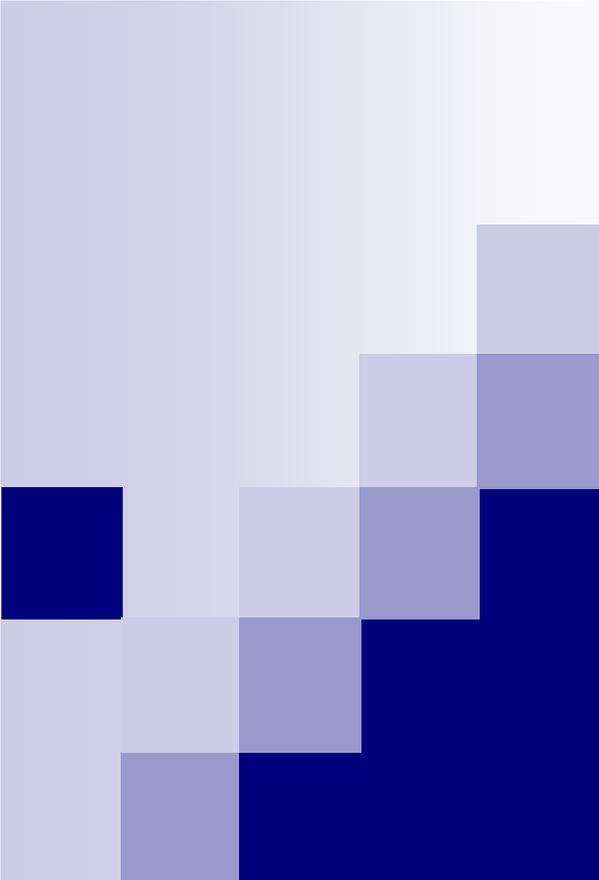
- $p \vee p \equiv p$

- $p \wedge p \equiv p$

■ Propriedade de Absorção

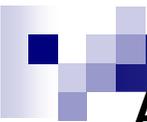
- $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

- $p \wedge (p \vee q) \equiv p$



Prova 1

Resolvendo a Prova usando
as equivalências conhecidas



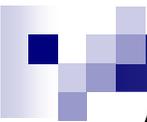
As Olimpíadas de 2016 foram realizadas no Rio de Janeiro e dentre as modalidades de esportes o voleibol masculino obteve um grande resultado, ganhando medalha de ouro como a muito tempo merecido. Sabemos que “se um time de voleibol ganha três sets então ele ganha a partida”. Uma regra equivalente a esta seria:

A. Se um time de voleibol ganha a partida então ele ganha três sets.

B. Se o time de voleibol não ganha os três sets então ele não ganha a partida

C. O time de voleibol não ganha os três sets ou ele ganha a partida

D. O time de voleibol ganha três sets e ganha a partida



As Olimpíadas de 2016 foram realizadas no Rio de Janeiro e dentre as modalidades de esportes o voleibol masculino obteve um grande resultado, ganhando medalha de ouro como a muito tempo merecido.

Sabemos que “se um time de voleibol ganha três sets então ele ganha a partida”.

Uma regra equivalente a esta seria:

p: um time de voleibol ganha três sets

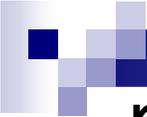
q: ele ganha a partida



p: um time de voleibol ganha três sets

q: ele ganha a partida

$p \rightarrow q$



p: um time de voleibol ganha três sets

q: ele ganha a partida

$$p \rightarrow q$$

A. Se um time de voleibol ganha a partida então ele ganha três sets. ($q \rightarrow p$)

B. Se o time de voleibol não ganha os três sets então ele não ganha a partida ($\sim p \rightarrow \sim q$)

C. O time de voleibol não ganha os três sets ou ele ganha a partida ($\sim p \vee q$)

D. O time de voleibol ganha três sets e ganha a partida ($p \wedge q$)

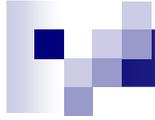

$$p \rightarrow q$$

A) $(q \rightarrow p)$

B) $(\sim p \rightarrow \sim q)$

C) $(\sim p \vee q)$

D) $(p \wedge q)$



$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (propriedade condicional)

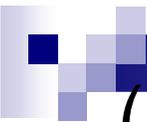
$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (Contrapositiva)

A) $(q \rightarrow p)$

B) $(\sim p \rightarrow \sim q)$

C) $(\sim p \vee q)$

D) $(p \wedge q)$



(ESAF/AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

- A. Pedro não é pobre ou Alberto não é alto;
- B. Pedro não é pobre e Alberto não é alto;
- C. Pedro é pobre ou Alberto não é alto;
- D. Se Pedro não é pobre então Alberto não é alto.



(ESAF/AFC/2002) Dizer que **não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto**, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q)$$



(ESAF/AFC/2002) Dizer que **não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto**, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q)$$

Vamos aplicar De Morgan!!!



(ESAF/AFC/2002) Dizer que **não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto**, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Vamos aplicar De Morgan!!!



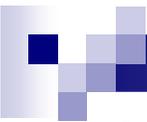
(ESAF/AFC/2002) Dizer que **não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto**, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

p: Pedro é pobre

q: Alberto é alto

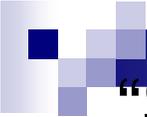
$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Pedro não é pobre ou Alberto não é alto!!!



Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”. Assinale a alternativa que contém uma proposição logicamente equivalente à do economista:

- A) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos;
- B) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos;
- C) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa;
- D) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.



“Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”.

p: os juros bancários são altos

q: inflação é baixa

- A) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos;
- B) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos;
- C) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa;
- D) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.



“Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”. $p \rightarrow q$

p: os juros bancários são altos

q: inflação é baixa

- A) Se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos; $\sim q \rightarrow \sim p$
- B) Se a inflação é alta, então os juros bancários são altos; $\sim q \rightarrow p$
- C) Se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa; $\sim p \rightarrow \sim q$
- D) Os juros bancários são baixos e a inflação é baixa. $\sim p \rightarrow q$



$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (propriedade condicional)

$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (Contrapositiva)

A) $\sim q \rightarrow \sim p$

B) $\sim q \rightarrow p$

C) $\sim p \rightarrow \sim q$

D) $\sim p \rightarrow q$