Começa-se por traçar uma vertical onde se marca a altura $\overline{Oh}$. Em seguida coloca-se o vértice do ângulo $\hat{a}$ sobre o ponto h da altura, de maneira que a bissetriz do ângulo coincida com a linha $\overline{Oh}$.

Prolongam-se agora para baixo os dois lados do ângulo $\hat{a}$ de modo que estes passem além do ponto O. Traçando agora uma perpendicular a $\overline{Oh}$ pelo ponto O teremos a base $\overline{AB}$ do triângulo e cujos outros dois lados serão respectivamente as linhas $\overline{Ah}$ e $\overline{Bh}$. (Núms. 27-58-61).

R *Construir um triângulo isósceles sendo dados um de seus lados e um ângulo da base.*

Seja o lado em questão a linha $\overline{AB}$ da figura 138 e o ângulo $\hat{a}$ desta mesma figura o ângulo da base.

Inicialmente traça-se uma reta horizontal e em qualquer de seus pontos marca-se o ângulo $\hat{a}$. Logo após prolonga-se para cima o lado do ângulo e marca-se sobre este a distância $\overline{AB}$. Com centro em B e raio $\overline{AB}$ traça-se o arco de círculo $\overset{\frown}{1\text{-}2}$ que vai cortar a linha horizontal no ponto C. Temos assim os pontos A, B e C vértices do triângulo pedido, que unidos resolverão o problema. (Núms. 58-61-262).

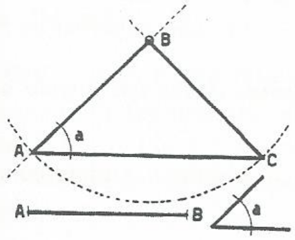

Fig. 138

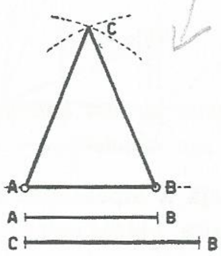

Fig. 139

S *Construir um triângulo isósceles conhecendo-se a sua base e um de seus lados.*

Seja a sua base a linha $\overline{AB}$ e o seu lado a linha $\overline{CB}$ da figura 139.

Uma vez traçada a sua base, centra-se na sua extremidade A e com raio igual a $\overline{CB}$ descreve-se um arco de círculo. Em seguida com centro em B e mesmo raio traça-se outro arco que cortará o anterior no ponto C. Assim estão determinados os pontos A, B

e C ou os vértices do triângulo procurado, que unidos o completa-lo-ão. (Núm. 58-43-53).

T *Construir um triângulo retângulo e isósceles conhecendo-se a sua altura.*

Seja a sua altura a linha $\overline{Oh}$ da figura 140.

Traça-se uma vertical sobre a qual se marca o comprimento $\overline{Oh}$.

Em seguida traça-se uma perpendicular a ela passando pela sua extremidade O. Centra-se agora em O e com raio igual a $\overline{Oh}$, descreve-se a semicircunferência que cortando a horizontal nos pontos A e B determinará deste modo os vértices A e B do triângulo procurado. Este será construído pela união dos vértices A, B e h entre si. (Núms. 58-61-121).

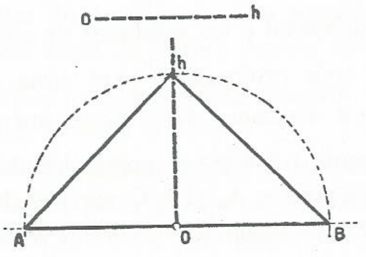

Fig. 140

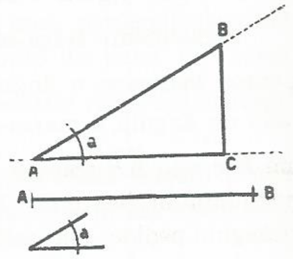

Fig. 141

U *Construir um triângulo retângulo sendo dados um ângulo agudo e a sua hipotenusa.*

Seja a hipotenusa a linha $\overline{AB}$ e o ângulo $\hat{a}$ ambos constantes da figura 141.

Traça-se uma linha horizontal de comprimento indefinido. Sobre um ponto qualquer desta reta, coloca-se o vértice do ângulo $\hat{a}$ de modo que um de seus lados coincida com ela.

Prolonga-se agora o outro lado do ângulo $\hat{a}$ e marca-se sobre ele a distância $\overline{AB}$ que equivale a hipotenusa dada.

Agora levanta-se uma perpendicular à reta horizontal mas que passe pelo ponto B ou extremidade da hipotenusa. Esta perpendicular determina o ponto C sobre a reta horizontal. Finalmente unem-se os pontos A, B e C e tem-se assim o triângulo pedido. (Núm. 57).

V *Construir um triângulo r*
e um de seus catetos.

Sejam respectivamente a
tivamente a hipotenusa e o

Divide-se $\overline{AB}$ ao meio e
centro neste ponto (O) tra
uma circunferência com raio
Em seguida com centro em
raio $\overline{CD}$ (cateto menor) corta
circunferência no ponto C.
do-se C a B e a A tem-se o
gulo pedido. (Núms. 57 e 12

X *Construir um triângulo r*
soma dos catetos.

Seja o segmento $\overline{h}$ a hip
tetos. (Fig. 142-*a*).

Traça-se uma linha horiz
$\overline{AB}$ igual ao segmento c.

Constrói-se em B um ân
de 45° cujos lados são AB e

Centro em A e com raio
ao segmento $\overline{h}$ (hipotenusa c
corta-se XB em 1 e 2. Por
pontos baixam-se duas perp
culares a AB.

Tanto o triângulo $1bA$,
(Núms. 56 a 65).

Y *Construir um triângulo r*
diferença entre os catetos.

Seja o segmento $\overline{d}$ a dife
tenusa. (Fig. 142-*b*).

Traça-se uma reta e m
igual a $\overline{d}$.

CONSTRUÇÕES FUNDAMENTAIS DE TRIÂNGULOS

ALA

1º CASO

Construir um triângulo, conhecendo um lado AB e os dois ângulos adjacentes Â e B̂.

1) Tomamos o lado AB e construimos em A e B os ângulos dados. A intersecção dos dois lados nos dá C.

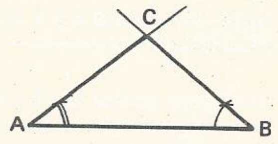

fig. 27

2º CASO

Construir um triângulo conhecendo dois lados AB e AC e o ângulo Â compreendido.

1) Tomamos AB e construimos em A o ângulo dado e marcamos AC igual ao outro lado dado. Unimos B a C e temos o triângulo pedido.

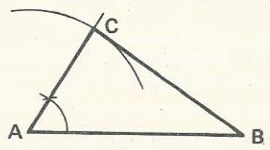

fig. 28

3º CASO

Construir um triângulo conhecendo-se os seus três lados.

1) Tomamos o lado AB.
2) Com centro em A e raio AC traçamos um arco.
3) Com centro em B e raio BC cortamos o arco anterior e obtemos o ponto C.

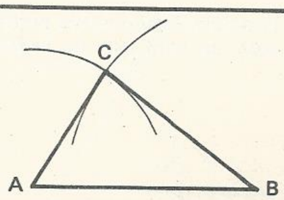

fig. 29

4º CASO

Construir um triângulo retângulo conhecendo-se a hipotenusa e um cateto.

1) Construimos um ângulo reto A.
2) Marcamos AB igual ao cateto dado.
3) Centro em B e raio igual à hipotenusa e obtemos C.

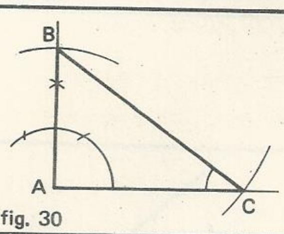

fig. 30

5º CASO

Construir um triângulo retângulo conhecendo a hipotenusa e um ângulo agudo.

1) Construimos em B o ângulo agudo dado.
2) Marcamos BC igual à hipotenusa dada.
3) De C traçamos a perpendicular ao lado AB e obtemos o ponto A.

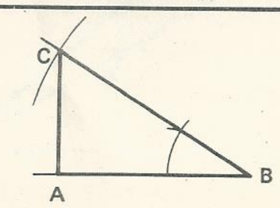

fig. 31

Problema 4.

Construir um tri
dos e o ângulo
1) Tomamos AB
construimos em A
2) Com centro em B
dado obtemos os
caso duas soluções

DISCUSSÃO

Sejam AB e BC

1º CASO

O ângulo A é
Tomamos AB e
çamos BD ⊥ AC.

a) BC < BD. o
b) BC = BD, o
ABD.
c) AB > BC > BD,
triângulos ABC e
d) Se BC > AB,

2º CASO

O ângulo A é maior

a) BC ≤ AB, não há
b) BC > AB, uma

Problema 5.

Construir um triângulo
a base e o ângulo
1) Tomamos BC igual
ângulo a dado.
2) Traçamos a bissetriz
truimos em B um
e obtemos A.

B *Dado o triângulo órtico ABC* (Fig. 144) *determinar-lhe o triângulo fundamental.*

Determinam-se as três bissetrizes dos ângulos externos do triângulo órtico (hachurado). Estas linhas, prolongadas nos seus dois sentidos determinarão o triângulo fundamental *abc*. (Núm. 242).

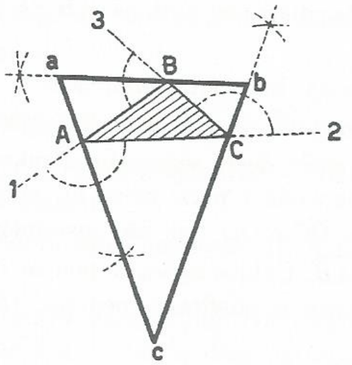

Fig. 144

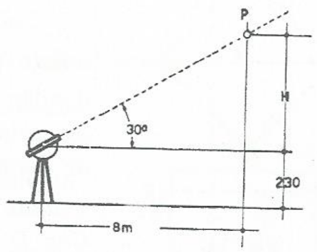

Fig. 145

435 - Nos trabalhos topográficos de nivelamento é muito comum a construção de triângulos. Na figura 145 podemos observar como um ângulo (no caso 30°) e um cateto (no caso 8,00 m) de um triângulo retângulo, podem permitir a reconstituição gráfica deste polígono.

Além disto, existe em topografia um processo de levantamento chamado *triangulação* que é todo realizado por meio de triláteros.

• 3 CONSTRUÇÃO DE QUADRILÁTEROS

A *Construir um quadrado sendo conhecido o seu lado.*

Seja este lado a linha $\overline{AB}$ da figura 146.

Traça-se uma horizontal indefinida e nela marca-se a distância $\overline{AB}$.

Pelos pontos A e B levantam-se duas perpendiculares. Em seguida com centro em A e raio $\overline{AB}$ corta-se a perpendicular que passa por A no ponto D. Com o mesmo raio e já agora com centro em B corta-se

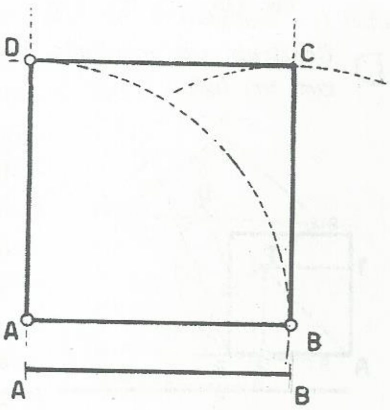

Fig. 146

a perpendicular que passa por B no ponto C. Unindo-se os pontos A, B. C e D entre si teremos construído o quadrado pedido. (Núms. 72-75-263).

B *Construir um quadrado conhecendo-se a sua diagonal.*

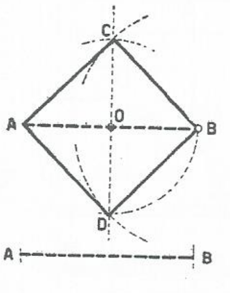

Fig. 147

Seja esta diagonal a linha $\overline{AB}$ da figura 147.

Sobre uma horizontal marca-se o segmento retilíneo $\overline{AB}$. Levanta-se uma perpendicular pelo meio deste segmento, e marcam-se nela para cima e para baixo do ponto O as distâncias OC e OD que são justamente a metade de $\overline{AB}$. Unidos agora os pontos A, B, C e D teremos o quadrado pedido. (Núm. 75-262).

C *Construir um quadrado conhecendo-se o seu apótema.*

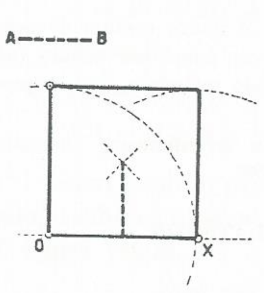

Fig. 148

Seja este apótema a linha $\overline{AB}$ da figura 148.

Sobre uma horizontal indefinida marca-se $\overline{OX}$ igual a duas vezes AB. Êste segmento é o lado do quadrado pedido. Daí para diante procede-se como no caso do problema A. (Construir um quadrado conhecendo-se o seu lado). (Núm. 198)

D *Construir um quadrado conhecendo-se a soma da sua diagonal com um lado.*

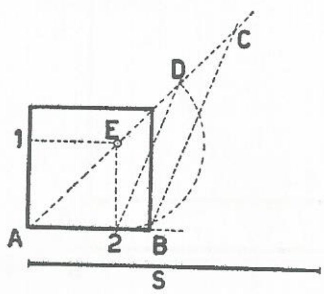

Fig. 148 *a*

Seja esta soma, o segmento $\overline{S}$ da figura 148-*a*.

Constrói-se um quadrado qualquer $1E2A$ e prolonga-se a sua diagonal. Marca-se sobre esta a distância $\overline{AC}$ igual ao segmento $\overline{S}$. Centro agora em E e com raio $\overline{E2}$, descreve-se um arco que vai cortar $\overline{AC}$ em D. Une-se D a 2. Traça-se uma para-

a $2D$ pelo ponto C; esta

do quadrado no ponto B.

A distância $\overline{AB}$, é o lado

-210 a 214).

Construir um quadrado,

gonal e o lado.

Seja o segmento $\overline{d}$ da fig

Constrói-se o quadrado

sua diagonal.

Sobre esta, marca-se AC

d.

Centro em D e raio DE,

que vai cortar a diagonal

a E.

Traça-se pelo ponto C u

cortando assim no ponto

do lado AE do quadrad

O segmento $\overline{AH}$ é o lado

-210 a 214).

Construir um losango conhe

Sejam respectivamente as

losango pedido (Fig. 149).

Sobre uma reta horizontal

o segmento retilíneo $\overline{AB}$. E

com centro em A e raio igu

$\overline{AC}$ traça-se o arco de

2. Agora com centro em B

raio, descreve-se o arco que

o anterior nos pontos C e D

Unindo os pontos A, C, B

construído o losango pr

(Núm. 74).