



Lista de Exercícios - Aplicações de Derivada (máximos e mínimos)

1. Determine os pontos de máximos e mínimos das seguintes funções:

(a) $f(x) = 0,75x^4 - x^3 - 9x^2 + 7$;

(b) $f(x) = x(x+1)^3(x-3)^2$;

(c) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 3x + 2} + 2x + 1$;

2. O peso específico da água é uma função da temperatura (em °C) dado por

$$P(t) = 1 + at + bt^2 + ct^3, \quad 0 \leq t \leq 100^\circ C$$

sendo as constantes $a = 5,3 \times 10^{-5}$, $b = 6,53 \times 10^{-6}$ e $c = 1,4 \times 10^{-8}$. Qual é a temperatura na qual a água apresenta o maior peso específico?

3. Cinquenta animais ameaçados de extinção são colocados em uma reserva. Decorridos t anos a população x desses animais é estimada por

$$x(t) = 50 \frac{t^2 + 6t + 30}{t^2 + 30}.$$

Em que instante essa população animal atinge seu máximo? Quanto ele vale?

4. Determine os intervalos nos quais a função é convexa e côncava, bem como seus pontos de inflexão:

(a) $f(x) = x^3$;

(b) $f(x) = x^4$;

(c) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 5$;

(d) $f(x) = x^5 + 10x^2 + 5x - 2$;

5. Esboce o gráfico das seguintes funções

(a) $f(x) = 1/(x^2 - 1)$;

(b) $f(x) = x/(x^2 - 1)$;

(c) $f(x) = x^2/(x^2 - 1)$;

(d) $f(x) = 2x^3/(x^2 - 1)$;

6. Ward-Smith (*Analysis of the aerodynamic performance of birds during bounding flight. Math. Biosc., 68:140, 1984*) sugere que a potência P , em watts, necessária para o voo horizontal de um pássaro, depende de sua velocidade v , e é dada por

$$P(v) = K_1 v^3 + \frac{K_2}{v}$$

onde K_1 e K_2 são constantes positivas e dependem, entre outros fatores, da densidade do ar, da área da asa, do peso do pássaro etc. Para que velocidade v a potência é mínima?

Gabarito

- (01) (a) $(0, 7)$ máximo; $(-2, -9)$ mínimo; $(-3, -40, 25)$ mínimo;
(b) $\left(\frac{3-\sqrt{17}}{4}, f\left(\frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\right)$ mínimo;
 $\left(\frac{3+\sqrt{17}}{4}, f\left(\frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)\right)$ máximo;
 $(3, f(3))$ mínimo; (c) $\left(\frac{7}{5}, f\left(-\frac{6}{169}\right)\right)$
(02) $4, 2^\circ C$
(03) $t = \sqrt{30}$ anos; $50 + 5\sqrt{30}$ animais (aproximadamente 77 animais)
(04) (a) Em $(-\infty, 0)$, convexa; $(0, +\infty)$, côncava; $(0, 0)$, ponto de inflexão.

- (b) f é côncava para todo x real. Não existe ponto de inflexão
(c) Em $(-\infty, [(3 - \sqrt{3})/6])$ e $([(3 + \sqrt{3})/6], +\infty)$, côncava; $([3 - \sqrt{3}]/6, [3 + \sqrt{3}]/6)$, convexa; $([3 + \sqrt{3}]/6, f([3 + \sqrt{3}]/6))$ e $([3 - \sqrt{3}]/6, f([3 - \sqrt{3}]/6))$, pontos de inflexão.
(d) Em $(-\infty, -1)$, convexa; $(-1, +\infty)$, côncava; $(-1, 6)$, ponto de inflexão.
(05) ...
(06) $\frac{\sqrt[4]{K_2}}{3K_1}$