Halliday

- Fundamentos de Física
    - Volume 1

gen Grupo Editorial Nacional

LTC EDITORA

genIO GEN | Informação Online

www.grupogen.com.br

http://gen-io.grupogen.com.br

O **GEN | Grupo Editorial Nacional** reúne as editoras Guanabara Koogan, Santos, Roca, AC Farmacêutica, LTC, Forense, Método, E.P.U. e Forense Universitária

O **GEN-IO | GEN – Informação Online** é o repositório de material suplementar dos livros dessas editoras

www.**grupogen**.com.br

http://**gen-io.grupogen**.com.br

Capítulo 3

Vetores

Vetores

- Grandezas que possuem módulo e orientação
- Exemplos: posição, velocidade, aceleração

Escalares

- Grandezas que possuem apenas módulo
- Exemplos: tempo, temperatura

Vetores e Escalares

Os vetores são representados por setas.

- O comprimento da seta indica o módulo
- A ponta da seta indica o sentido

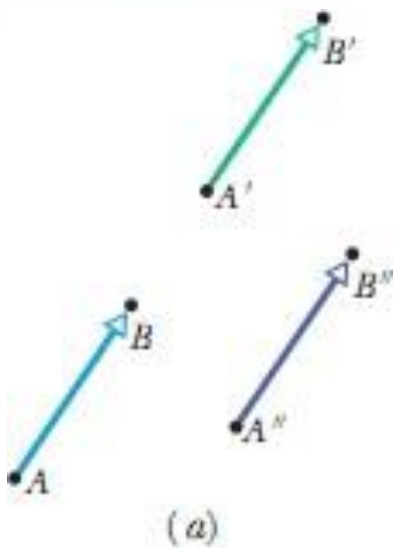
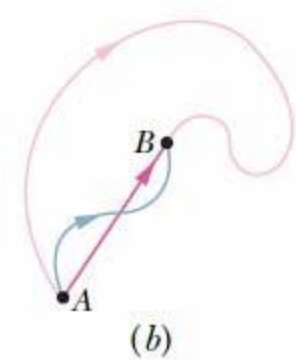


Figura 3-1 (*a*) As três setas têm o mesmo módulo e a mesma orientação e, portanto, representam o mesmo deslocamento. (*b*) As três trajetórias que ligam os dois pontos correspondem ao mesmo vetor deslocamento.



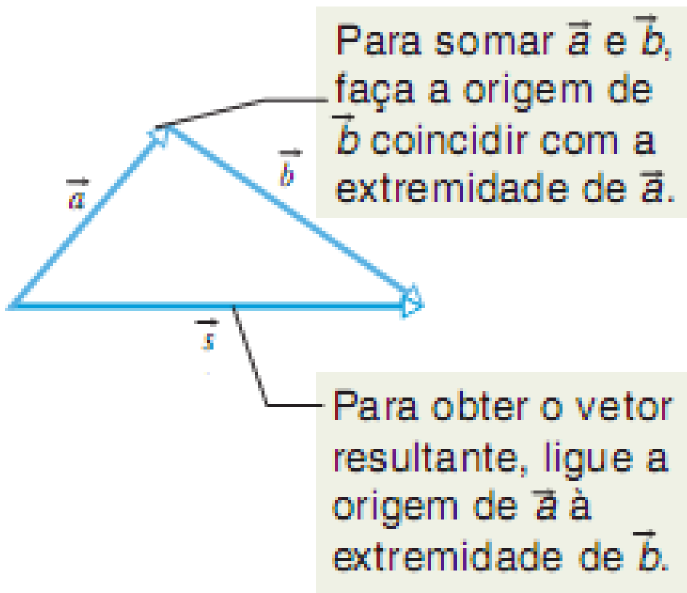
Alguns autores representam um vetor usando uma letra em negrito, como **a**. Outros representam um vetor usando um seta acima de uma letra em itálico, como a.

Soma Geométrica de Vetores

Podemos somar geometricamente o vetor a ao vetor b para obter o vetor resultante, s.

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b},$$

Para isso, posicionamos o segundo vetor, b , com a cauda coincidindo com a ponta do primeiro vetor, a. O vetor resultante, s, é o vetor que liga a cauda de a à ponta de b.



Notação Vetorial

Um vetor pode ser representado por nas seguintes notações:

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

Notação com parênteses

$$\vec{a} = (a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k})$$

Notação com vetores unitários

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$$

Notação matricial

Não confundir a notação de um vetor com a notação de um ponto

$$P(x, y, z)$$

Soma Geométrica de Vetores

Algumas regras:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \qquad \text{(lei comutativa)}$$

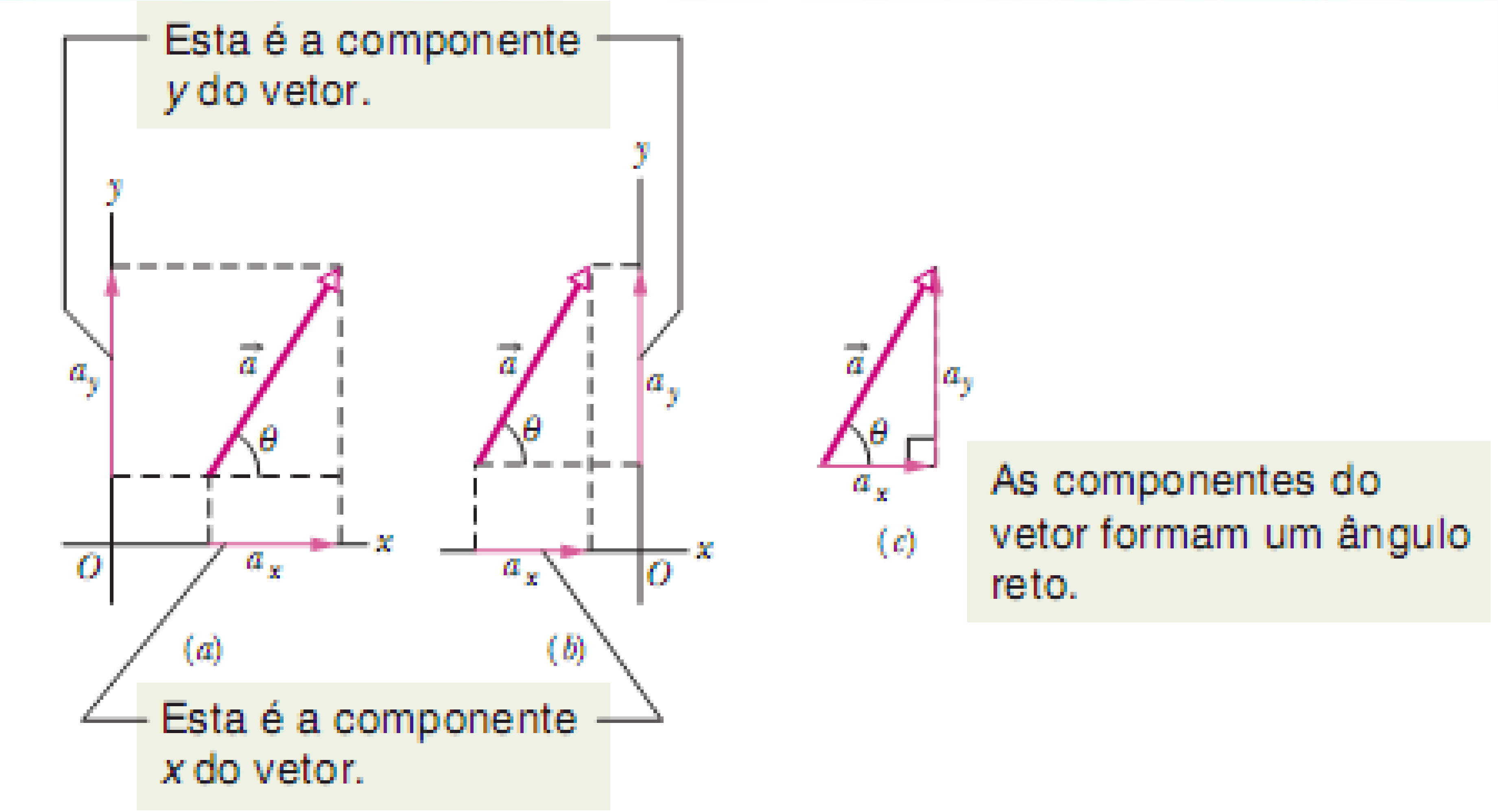
$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \qquad \text{(lei associativa)}$$

$$\vec{b} + (-\vec{b}) = 0$$

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) \qquad \text{(subtração de vetores)}$$

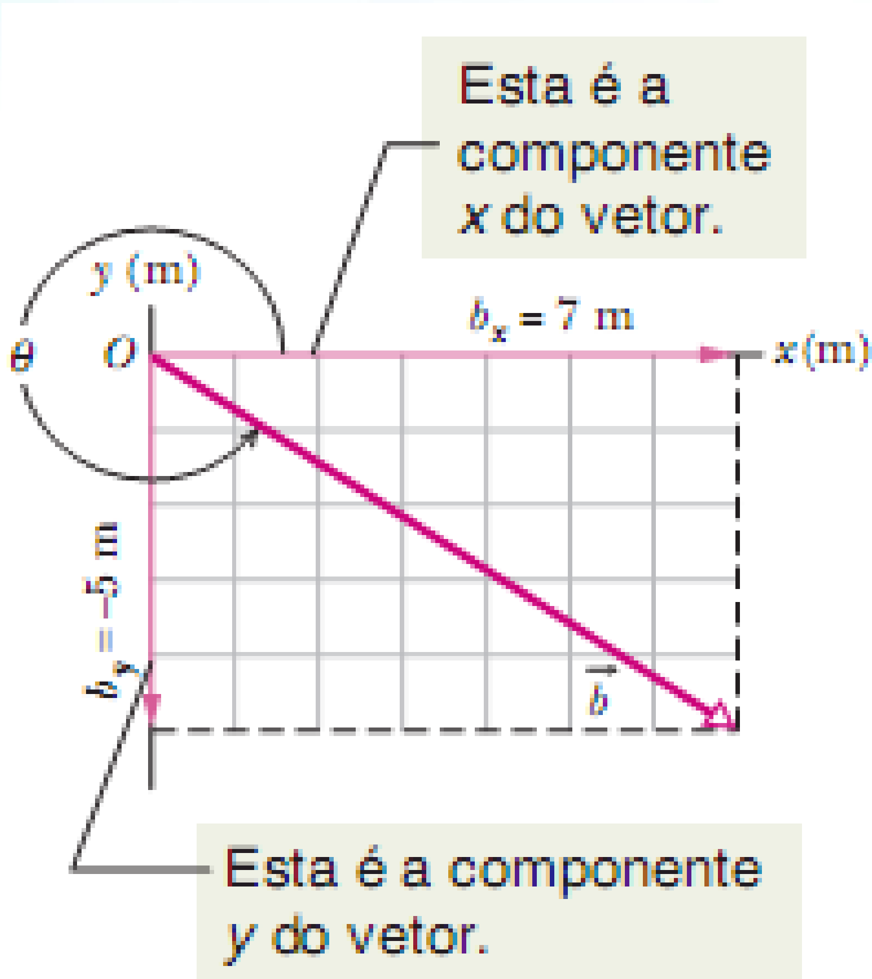
Componentes de vetores

A componente de um vetor em relação a um eixo é a projeção do vetor nesse eixo.
O processo de determinar as componentes de um vetor é chamado de **decomposição vetorial**.
Um vetor do espaço tridimensional possui três componentes.



Componentes de vetores

Podemos determinar as componentes de um vetor usando as propriedades dos triângulos retângulos.



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \text{e} \quad \tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

Vetor unitário é um vetor cujo módulo é 1 e que aponta em uma certa direção.

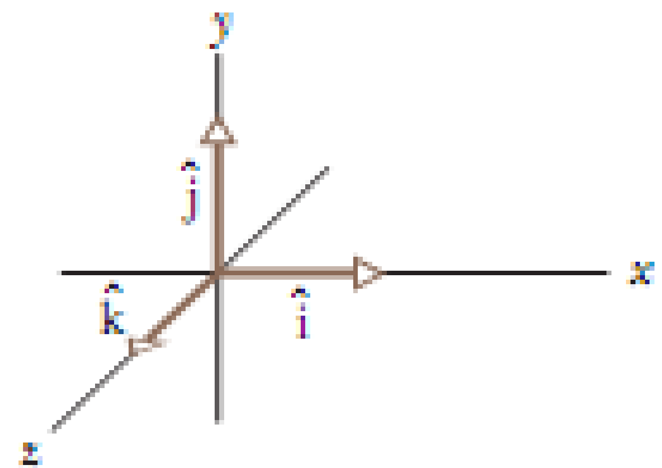
Os vetores unitários que indicam os sentidos positivos dos eixos *x*, *y* e *z* são representados como

$$\hat{i},\ \hat{j} \text{ e } \hat{k}$$

Assim, o vetor $\vec{a}$, de componentes a_x e a_y nas direções *x* e *y*, pode ser escrito na forma da seguinte soma vetorial

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

Os vetores unitários coincidem com os eixos.



Soma de Vetores a Partir das Componentes

Se $\boxed{\vec{r} = \vec{a} + \vec{b},}$

então $\boxed{\begin{aligned} r_x &= a_x + b_x \\ r_y &= a_y + b_y \\ r_z &= a_z + b_z. \end{aligned}}$

Isso significa que dois vetores são iguais se e somente se as componentes correspondentes dos dois vetores forem iguais.

O processo usado para somar vetores também pode ser aplicado à subtração de vetores.

Exemplo: $\boxed{\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}}$ ⇒ $d_x = a_x - b_x,\quad d_y = a_y - b_y,$ e $d_z = a_z - b_z.$

onde $\vec{d} = d_x\hat{\mathrm{i}} + d_y\hat{\mathrm{j}} + d_z\hat{\mathrm{k}}.$

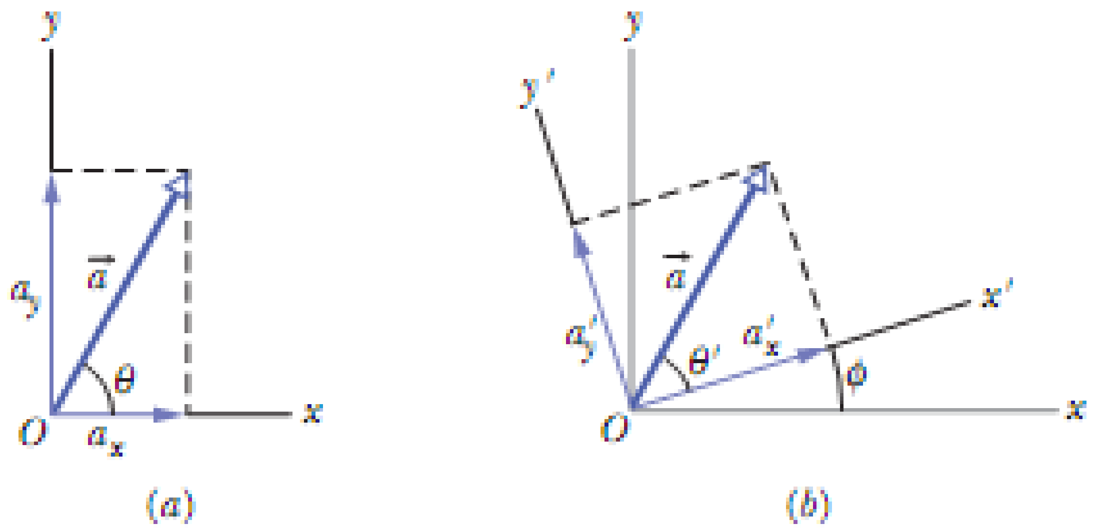
Vetores e as Leis da Física

Liberdade de escolha do sistema de coordenadas

As relações entre vetores
não dependem da origem
ou da orientação dos eixos.

Se os eixos giram, as componentes mudam, mas o vetor permanece o mesmo.

As leis da física também
não dependem da escolha
do sistema de coordenadas.



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}$$

$$\theta = \theta' + \phi.$$

Multiplicação de Vetores

A. Multiplicação de um vetor por um escalar

A multiplicação de um vetor por um escalar muda o módulo do vetor sem afetar a orientação:

$$\vec{a} = m\vec{b}$$

Multiplicação de vetores

B. Multiplicação de um vetor por um vetor: Produto Escalar

O produto escalar de dois vetores é representado como

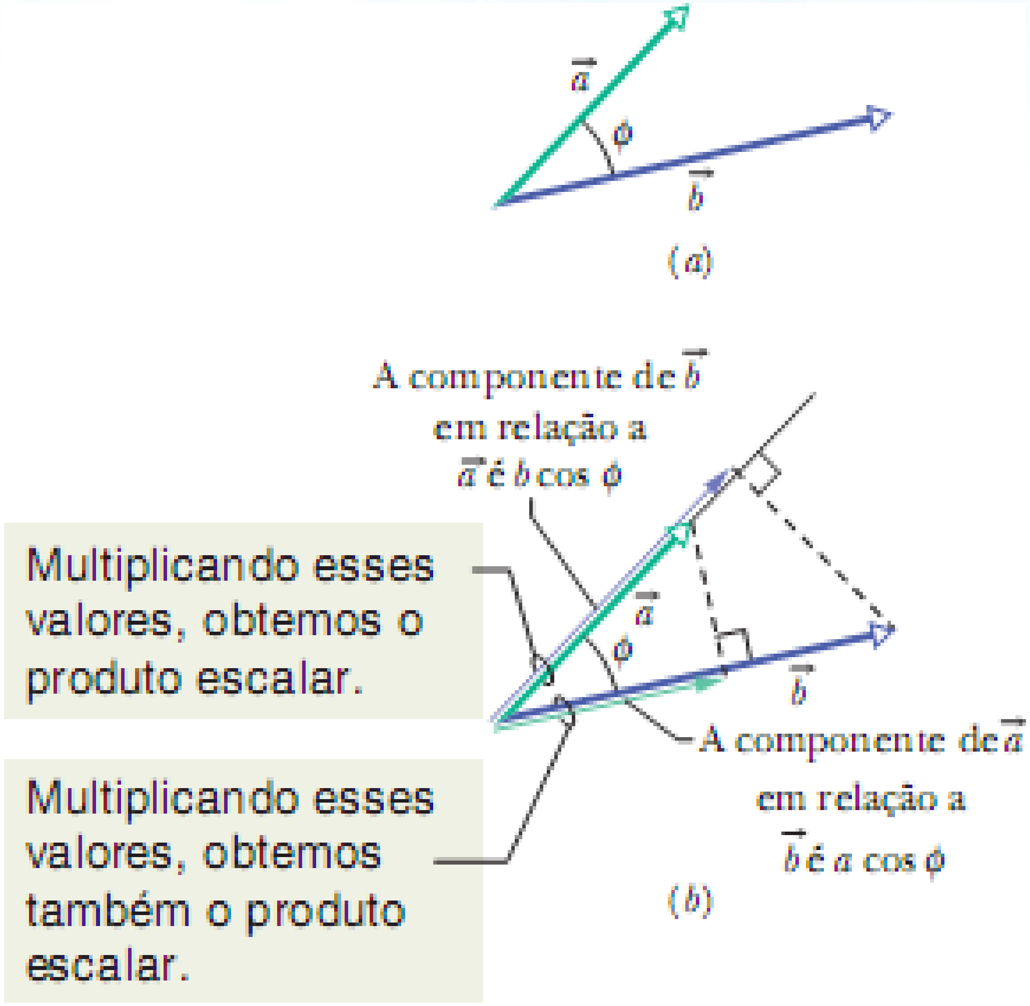
$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

e definido como

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\phi$$

onde a e b são os módulos dos vetores a e b, respectivamente, e ϕ é o ângulo entre os dois vetores.

O lado direito é uma grandeza escalar.



Multiplicação de vetores

C. Multiplicação de um vetor por um vetor: Produto Vetorial

- O produto vetorial de dois vetores é representado como $\vec{a} \times \vec{b}$

- O resultado é um novo vetor, $c = ab\,\mathrm{sen}\,\phi$
- c , cujo módulo é dado por

- onde a e b são os módulos dos vetores a e b , respectivamente, e ϕ é o menor dos dois ângulos

A regra da mão direita é usada para determinar a direção do vetor c.

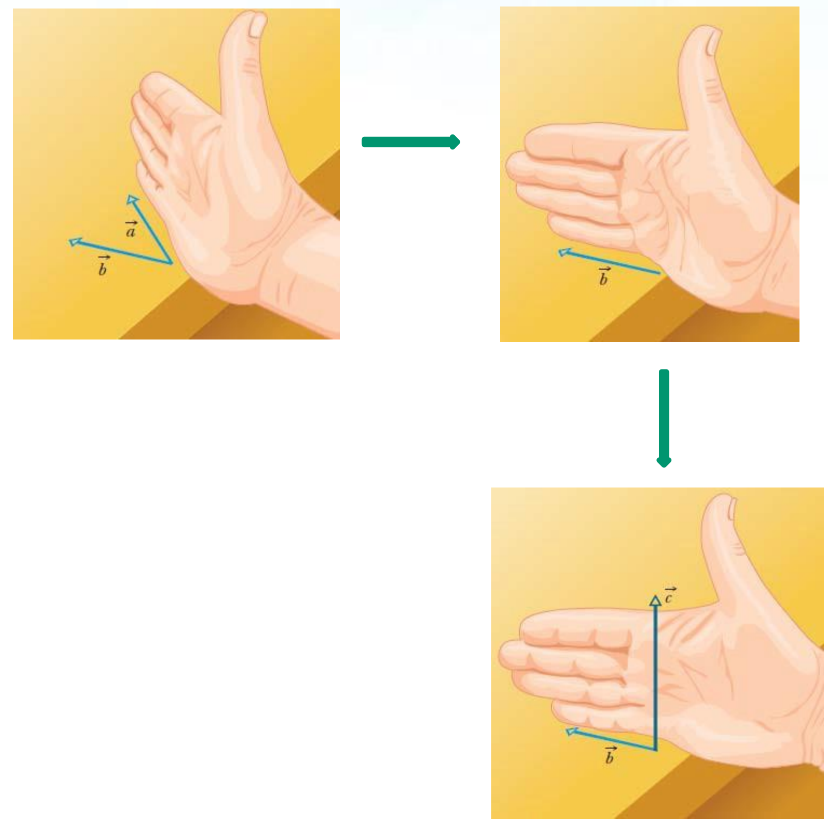


Figura 3-19 Ilustração da regra da mão direita para produtos vetoriais. (a) Empurre o vetor $\vec{a}$ na direção do vetor $\vec{b}$ com os dedos da mão direita. O polegar estendido mostra a orientação do vetor $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. (b) O vetor $\vec{b} \times \vec{a}$ tem o sentido oposto ao de $\vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de vetores: produto vetorial na notação de vetores *unitários*

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{bmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{bmatrix} \hat{i} - \begin{bmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{bmatrix} \hat{j} + \begin{bmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{bmatrix} \hat{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}) \times (b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}} + b_z\hat{\mathrm{k}})$$

$$= (a_yb_z - b_ya_z)\hat{\mathrm{i}} + (a_zb_x - b_za_x)\hat{\mathrm{j}} + (a_xb_y - b_xa_y)\hat{\mathrm{k}}.$$

Note que $a_x\hat{\mathrm{i}} \times b_x\hat{\mathrm{i}} = a_xb_x(\hat{\mathrm{i}} \times \hat{\mathrm{i}}) = 0,$

e $a_x\hat{\mathrm{i}} \times b_y\hat{\mathrm{j}} = a_xb_y(\hat{\mathrm{i}} \times \hat{\mathrm{j}}) = a_xb_y\,\hat{\mathrm{k}}$

Exemplo: Produto vetorial, notação de vetores unitários

Se $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ e $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$, determine $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

IDEIA-CHAVE

Quando dois vetores estão expressos em termos dos vetores unitários, podemos determinar o produto vetorial usando

Cálculos Temos:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= (3\hat{i} - 4\hat{j}) \times (-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\ &= 3\hat{i} \times (-2\hat{i}) + 3\hat{i} \times 3\hat{k} + (-4\hat{j}) \times (-2\hat{i}) \\ &\quad + (-4\hat{j}) \times 3\hat{k}. \end{aligned}$$

Podemos calcular os valores dos diferentes termos usando a Eq. 3-27 e determinando a orientação dos vetores com o auxílio da regra da mão direita. No primeiro termo, o ângulo ϕ entre os dois vetores envolvidos no produto vetorial é 0; nos outros três termos, $\phi = 90°$. O resultado é o seguinte:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= -6(0) + 9(-\hat{j}) + 8(-\hat{k}) - 12\hat{i} \\ &= -12\hat{i} - 9\hat{j} - 8\hat{k}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

O vetor $\vec{c}$ é perpendicular a $\vec{a}$ e $\vec{b}$, o que pode ser demonstrado observando que $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ e $\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$, ou seja, que não existem componentes de $\vec{c}$ em relação a $\vec{a}$ e $\vec{b}$.