Pontifícia Universidade Católica de Goiás - PUC-GO
ECEC - Escola de Ciências Exatas e da Computação
Disciplina: Cálculo Aplicado à Farmácia - MAF1288
Prof. Raffael

Lista de Exercícios - Derivada e Aplicações

1. Determine a derivada de $y = f(x)$ em cada um dos itens seguintes:
   (a) $f(x) = 9x^2 - 8x + 1$;
   (b) $f(x) = -x^2 + 3$;
   (c) $f(x) = 0,02x^2 - 0,1x$;
   (d) $f(x) = (1 - x)^{20}$;
   (e) $f(x) = (2 + 3x)^7$;
   (f) $f(x) = (3 - x + 5x^2)^{37}$.

2. Um balão esférico está sendo inflado e seu raio é dado por $r = 3t$, onde t é medido em min e r em cm.
   (a) Determine o volume do balão em função do tempo.
   (b) Determine a velocidade segundo a qual o balão está sendo inflado no instante $t = 10$.
   (c) Determine a área do balão em função do tempo.
   (d) Determine a velocidade segundo a qual a área do balão aumenta.

3. Determine a velocidade (em cm/min) segundo a qual cresce a mancha de óleo cujo raio obedece a função $r(t) = (15t + 0,5)\,cm$.

4. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função $y = f(x)$, no ponto $(a, f(a))$, se:
   (a) $f(x) = 5x^2$, $a = 2$;
   (b) $f(x) = -x^3$, $a = -1$;
   (c) $f(x) = 1/x$, $a = 5$;
   (d) $f(x) = -x + 6x^2$, $a = 0$;
   (e) $f(x) = 1/x^2 + x$, $a = 2$;
   (f) $f(x) = -(x^2 + 2x - 5)^4$, $a = 3$.

5. Um sistema adiabático consistindo em um gás diatômico está se expandindo à razão de $60\,cm^3/min$. Se a pressão P, dada em torr, e o volume V do gás, em cm^3, estão relacionados pela equação

$$P = \frac{8,7}{V^{1,5}}10^5$$

   exprima a taxa de variação da pressão no tempo, como função do volume.

6. A taxa do batimento cardíaco de um mamífero é inversamente proporcional ao seu peso corporal p, em quilogramas. Se B denota o número de batimentos por minuto, então B e p estão relacionados pela fórmula

$$B(p) = 240p^{-0,25}$$

   Faça um esboço da curva expressa pela equação anterior e determine sua tangente quando $p = 100\,kg$. Para um homem pesando $80\,kg$, tal função aproxima o batimento cardíaco médio esperado?

7. Um objeto é deixado cair de uma altura de $192\,m$ em direção ao solo. Em t segundos, a distância percorrida pelo objeto obedece a função $S(t) = 12t^2\,m$:

   a) Quantos segundos depois do inicio da queda o objeto atinge o solo?

   b) Qual é a velocidade média do objeto nos 3 primeiros segundos?

   c) Qual a velocidade instantânea quando o objeto atinge o solo?

8. Uma partícula move-se sobre uma reta de modo que após t segundos de sua origem percorreu uma distância de $S(t) = 12t^4\,cm$:

   a) Qual é a velocidade média da partícula no intervalo $[2,4]$ segundos?

   b) Qual a velocidade instantânea em $t = 3\,s$?

9. Suponha que numa certa fábrica o número de peças fabricadas nos t primeiras horas diárias de trabalho seja dado por:

$$f(x) = \begin{cases} 20(t^2 + t), & \text{para } 0 \leq t \leq 5 \\ 100(t+1), & \text{para } 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

   a) Qual a razão de produção após 3 horas de iniciado o processo?

   b) Quantas peças serão produzidas na 7^o hora de trabalho?

10. Uma piscina que contém 108000 litros de água esta sendo esvaziada para limpeza. Se após t horas o volume de água reduziu $3000t^2$ litros, determine:

   a) A taxa média de escoamento no intervalo $[2,4]$;

   b) A taxa de escoamento depois de 2 horas do inicio de processo;

   c) O tempo necessário para o escoamento total da piscina.

11. Um objeto em queda livre tem por função da posição $s(t) = -8t^2 + 50$ sendo s medido em metros t em segundos. Determine:

   a) Qual é a velocidade média da partícula no intervalo $[1,3]$ segundos?

   b) Qual a velocidade no instante $t = 2\,s$?

12. Suponha que o custo de produção de uma indústria seja dado pela função $c = 0,5x^2 + 2x + 20$ em que c é o custo total para produzir x unidades. A parte dessas informações determine:

   a) A taxa de variação média do custo total quando a produção passa de 20 para 30 unidades;

   b) A taxa de variação instantânea do custo total quando são produzidas 10 unidades.

   c) A taxa de variação instantânea do custo total quando são produzidas 20 unidades.

Gabarito

(01) (a) $18x - 8$; (b) $-2x$; (c) $0,04x - 0,1$; (d) $-20(1-x)^{19}$; (e) $21(2+3x)^6$; (f) $37(3-x+5x^2)^{36}(10x-1)$
(02) (a) $V(t) = 36\pi t^3$; (b) $10800\pi\, cm^3/min$;(c) $A(t) = 9\pi t^2$; (d) $18\pi t\, cm^2/min$
(03) $30\pi(15t + 0,5)\, cm^2/min$
(04) (a) $y = 20x - 20$; (b) $y = -3x - 2$; (c) $y = -\frac{1}{25}x + \frac{2}{5}$; (d) $y = -x$; (e) $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$; (a) $y = -32000x + 86000$
(05) $-\frac{783\times 10^5}{V^{2,5}}$
(06) A reta tangente para $p = 100$ é $y = -\frac{96p}{10\sqrt{10}} + \frac{1200}{\sqrt{10}}$
(07) (a) $4\, s$; (b) $36\, m/s$; (c) $96/, m/s$
(08) (a) $1440\, cm/s$; (b) $1296\, cm/s$
(09)
(10) (a) $18000\, \ell/h$; (b) $12000\, \ell/h$; (c) $6\, h$
(11) (a) $-32\, m/s$; (b) $-32\, m/s$
(12) (a) $27\, \$/unidade$; (b) $12\, \$/unidade$; (c) $22\, \$/unidade$