Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Professor: Ms. Edson Vaz de Andrade

Fundamentos de Matemática

No estudo de Física frequentemente nos deparamos com a necessidade de realizar cálculos matemáticos que geralmente utilizam algumas regras e conceitos matemáticos que provavelmente já foram estudados pelos alunos, mas que podem estar esquecidos. Devido à importância do tratamento matemático para o bom desempenho em nossa disciplina, temos neste material uma breve revisão dos conceitos e regras matemáticas mais usadas em nossa disciplina.

Capítulo 1

Operações com frações e cálculo com números percentuais.

Adição e subtração de frações.

Para se adicionar (ou subtrair) frações com o mesmo denominador devemos somar (ou subtrair) os numeradores e conservar o denominador comum.

Exemplos:

a) $\frac{3}{5}+\frac{8}{5}=\frac{3+8}{5}=\frac{11}{5}$

b) $\frac{9}{7}-\frac{6}{7}=\frac{9-6}{7}=\frac{3}{7}$

c) $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}-\frac{8}{3}+\frac{4}{3}-\frac{13}{3}=\frac{2+5-8+4-13}{3}=-\frac{10}{3}$

Para somar (ou subtrair) frações com denominadores diferentes, devemos inicialmente reduzi-las ao mesmo denominador comum (preferencialmente ao menor denominador comum) e em seguida somar (ou subtrair) os numeradores mantendo o denominador comum.

Exemplos:

a) $\frac{3}{5}+\frac{8}{2}=\frac{2\,.\,3+5\,.\,8}{10}=\frac{6+40}{10}=\frac{46}{10}$

b) $\frac{9}{2}-\frac{7}{3}=\frac{9.3-7\,.\,2}{6}=\frac{27-14}{6}=\frac{13}{6}$

c) $\frac{3}{2}+\frac{5}{3}-\frac{8}{5}+\frac{7}{4}=\frac{30\,.\,3+20\,.\,5-12\,.\,8+15\,.\,7}{60}=\frac{90+100-96+105}{60}=\frac{199}{60}$

Observação: Para reduzir as frações ao menor denominador comum, encontramos inicialmente o mínimo múltiplo comum dos denominadores e em seguida dividimos este m.m.c. pelo denominador de cada fração e multiplicamos o resultado pelo respectivo numerador.

Multiplicação de frações.

Para se multiplicar frações, multiplicam-se seus numeradores e também seus denominadores.

Exemplos:

a) $\frac{3}{5}$ x $\frac{8}{2} = \frac{3\ .\ 8}{5\ .\ 2} = \frac{24}{10}$

b) $\frac{9}{2}$ x $\frac{7}{3} = \frac{9\ .\ 7}{2\ .\ 3} = \frac{63}{6}$

Divisão de frações.

Para se dividir uma fração por outra, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda.

Exemplos:

a) $\frac{3}{5} : \frac{8}{2} = \frac{3}{5}$ x $\frac{2}{8} = \frac{3\ .\ 2}{5\ .\ 8} = \frac{6}{40}$

b) $\frac{9}{2} : \frac{7}{3} = \frac{9}{2}$ x $\frac{3}{7} = \frac{9\ .\ 3}{2\ .\ 7} = \frac{27}{14}$

Cálculo com números percentuais.

Números na forma percentual (representados com a notação %) aparecem frequentemente em nosso cotidiano. Para transformar um número percentual na forma real, devemos dividi-lo por 100 e para transformar um número real para a forma percentual, devemos multiplicá-lo por 100.

Exemplos:

a) 45% de uma grandeza é igual à $\frac{45}{100}$ = 0,45 desta grandeza. Portanto 45% de R$ 1500,00 é igual a 0,45 × 1500 = R$ 675,00.

b) 0,35 x 500 é igual a 35% de 500.

Exercícios resolvidos:

1) Calcular o valor de 15% de R$ 954,00.

Solução: 0,15 x 954 = 143,1. Resposta: R$143,10

2) Um percurso de 1200 km deve ser aumentado em 17% devido a um desvio. Determine o valor do novo percurso.

Solução: Cálculo do aumento do percurso: 0,17 x 1200 =204. Portanto o novo percurso é 1200 + 204 = 1404 km.

3) Uma pessoa que recebe um salário de R$ 2000,00 receberá um aumento de 30%. Determine o valor do seu novo salário.

Solução: Cálculo do aumento do salário: 0,3 x 2000 = 600. Portanto o novo salário é 2000 + 600 = R$ 2600.

4) Uma mercadoria tem o preço de R$ 370,00. Para um pagamento em dinheiro, o vendedor concede ao cliente o desconto de 7% deste valor. Determine o valor que o cliente pagou pela mercadoria.

Solução: Cálculo do desconto: 0,07 x 370 = 25,9. Portanto o valor pago foi 370 – 25,9 = R$ 344,10.

5) O valor de um serviço é R$ 550. Um cliente consegue um desconto de 17% deste valor. Determine o valor que o cliente pagou pelo serviço.

Solução: Cálculo do desconto: 0,17 x 550 = 93,5. Portanto o valor pago foi 550 – 93,5 = R$ 465,50.

Capítulo 2

Propriedades das potências com expoentes inteiros: vamos revisar propriedades de potências com bases reais não nulas.

Multiplicação de potências de mesma base: Para multiplicar potências de mesma base, mantemos a base e somamos os expoentes. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Exemplos:

a) $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$

b) $2^7 \cdot 2^{-4} = 2^{7+(-4)} = 2^3$

Divisão de potências de mesma base: Para dividir potências de mesma base, mantemos a base e subtraímos os expoentes. $a^m : a^n = a^{m-n}$

Exemplos:

a) $3^6 : 3^4 = 3^{6-4} = 3^2$

b) $2^7 : 2^{-4} = 2^{7-(-4)} = 2^{7+4} = 2^{11}$

c) $\frac{5^3}{5^{-4}} = 5^{3-(-4)} = 5^{3+4} = 5^7$

Potência de potência: Para elevar uma potência a um expoente, mantemos a base da potência e multiplicamos os expoentes. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Exemplo:

a) $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

Potência de um produto (ou de um quociente) : Para elevar um produto (ou quociente) a um expoente, devemos elevar cada termo da multiplicação (ou do quociente) a este expoente.

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$(a : b)^n = a^n : b^n$

Exemplos:

a) $(2 . x)^{3} = 2^3 . x^3$

b) $(y : 3)^{-4} = y^{-4} : 3^{-4}$

c) $(x / 3)^{2} = x^{2} / 3^2$

Capítulo 3

Cálculo do valor de expressões numéricas e/ou algébricas e resolução de equações do 1º Grau com uma variável.

Cálculo do valor de expressões numéricas e/ou algébricas:

Para calcularmos o valor de expressões numéricas e/ou algébricas devemos obedecer à prioridade dos sinais indicativos de prioridade na seguinte ordem: parênteses ( ), colchetes [ ] e chaves{ } e das operações matemáticas na seguinte ordem: exponenciação e logaritmação, potenciação e radiciação, multiplicação e divisão e adição e subtração.

Alem das prioridades de operações citadas acima, podemos usar algumas propriedades e/ou regras para facilitar os cálculos. Entre elas podemos citar:

- A soma de dois números de mesmo sinal é obtida somando-se os módulos destes números e conservando-se o sinal comum às parcelas.

- A soma de dois números de sinais diferentes é obtida calculando-se a diferença dos módulos das parcelas e dando-se o sinal da parcela de maior módulo ao resultado.

- A multiplicação ou divisão de dois números de mesmo sinal fica com o sinal positivo.

- A multiplicação ou divisão de dois números de sinais diferentes fica com o sinal negativo.

Exercícios resolvidos:

1) Calcular o valor das expressões numéricas:

a) $5 + \{2\ [30 – (10 - 6)^2 + 1] – 28\}^3 + 7 =$

Solução: $5 + \{2\ [30 – (10 - 6)^2 + 1] – 28\}^3 + 7 = 5 + \{2\ [30 – (4\ )^2 + 1] – 28\}^3 + 7 =$
$5 + \{2\ [30 – 16 + 1] – 28\}^3 + 7 = 5 + \{2\ [15] – 28\}^3 + 7 = 5 + \{30 – 28\}^3 + 7 = 5 + \{2\}^3 + 7$
$= 5 + 8 + 7 = 20$

b) $\left\{2\left[7 + \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{3}\right) \text{x} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) - 6\right]\right\} \div \frac{142}{3} =$

Solução:

$$\left\{2\left[7 + \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{3}\right) \text{x} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) - 6\right]\right\} \div \frac{142}{3} = \left\{2\left[7 + \left(\frac{1}{6}\right) \text{x} \left(\frac{11}{10}\right) - 6\right]\right\} \div \frac{142}{3}$$
$$= \left\{2\left[7 + \left(\frac{11}{60}\right) - 6\right]\right\} \div \frac{142}{3} = \left\{2\left[1 + \left(\frac{11}{60}\right)\right]\right\} \div \frac{142}{3} = \left\{2\left[\frac{71}{60}\right]\right\} \div \frac{142}{3}$$
$$= \left\{\frac{71}{30}\right\} \div \frac{142}{3} = \left\{\frac{71}{30}\right\} \text{x} \frac{3}{142} = \frac{1}{20}$$

Equação de 1º grau com uma variável.

Uma expressão algébrica, na variável x, que possa ser reduzida à forma : A x + B = 0, com A e B sendo números reais e A ≠ 0 é chamada de equação do primeiro na variável x.

Resolução de equações do 1º grau com uma variável.

Para resolver as equações podemos usar as seguintes propriedades e/ou regras para facilitar a resolução:

- Numa equação pode-se “mudar” um termo de um membro para outro, desde que se troque o “sinal” deste termo.

- Uma equação não é alterada se multiplicarmos ou dividirmos todos os termos desta equação pelo mesmo número racional diferente de zero.

- Quando todos os termos de uma equação têm o mesmo denominador, este denominador pode ser cancelado.

Exemplos de resolução de equações do 1º Grau com uma variável:

1) Resolver as seguintes equações:

a) 4x = 20

Resolução: $4x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{4} \rightarrow x = 5$

b) 5x + 8 = 3

Resolução: $5x + 8 = 3 \rightarrow 5x = 3 - 8 \rightarrow 5x = -5 \rightarrow x = \frac{-5}{5} \rightarrow x = -1$

c) 7t + 1 = 2t – 3

Resolução: $7t + 1 = 2t - 3 \rightarrow 7t - 2t = -3 - 1 \rightarrow 5t = -4 \rightarrow t = \frac{-4}{5} \rightarrow t = -0{,}8$

d) 3(y – 1) – 2(3y + 4) = 5(y + 2) – 7

Resolução: inicialmente vamos fazer as multiplicações: $3(y - 1) - 2(3y + 4) = 5(y + 2) - 7 \rightarrow 3y - 3 - 6y - 8 = 5y + 10 - 7 \rightarrow 3y - 6y - 5y = 10 - 7 + 3 + 8 \rightarrow -8y = 14 \rightarrow 8y = -14 \rightarrow y = \frac{-14}{8} \rightarrow y = -1{,}75$

e) $\frac{x+1}{2} - \frac{x}{4} = \frac{2}{3} + \frac{2-x}{6}$

Resolução: inicialmente vamos reduzir todos os termos da equação ao menor denominador comum e em seguida podemos cancelar este denominador comum. $\frac{x+1}{2} - \frac{x}{4} = \frac{2}{3} + \frac{2-x}{6} \rightarrow \frac{6(x+1)}{12} - \frac{3x}{12} = \frac{4\,.\,2}{12} + \frac{2(2-x)}{12} \rightarrow 6(x + 1) - 3x = 4\,.\,2 + 2(2 - x) \rightarrow 6x + 6 - 3x = 8 + 4 - 2x \rightarrow 6x - 3x + 2x = 8 + 4 - 6 \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5} \rightarrow x = 1{,}2$

Capítulo 4

Razão, proporção e regra de três simples.

Razões entre dois números.

A razão de dois números (com o segundo diferente de zero) é o quociente do primeiro pelo segundo. A razão de dois números a e b (com b ≠ 0) pode ser representa por: a : b ou $\frac{a}{b}$ (lê-se: razão de a para b ou a está para b).

Com frequência nos deparamos com razões entre dois números. Para determinarmos a **velocidade escalar média** usamos a razão entre uma distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la. A **escala** de um desenho é a razão entre um comprimento considerado no desenho e o correspondente comprimento real, medidos na mesma unidade.

Exercícios resolvidos:

1) Em uma prova de Física contendo 20 questões, um aluno acertou 12 questões. Determine a razão entre o número de questões que ele acertou para o número de questões da prova.

Solução: R: $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ (observe que esta razão indica que o aluno acertou 3 em cada 5 questões da prova).

2) No desenho de uma casa, o comprimento de uma parede, que é de 6 m, está representado por um segmento de 3 cm. Determine a escala utilizada para o desenho.

Solução: Inicialmente vamos transformar a unidade do comprimento da parede para cm:
6 m = 600 cm. Escala = $\frac{3}{600} = \frac{1}{200}$ ou 1 : 200 (observe que esta escala indica que cada cm no desenho corresponde a 200 cm no comprimento real).

Proporção

Quatro números **a, b, c e d** nessa ordem, com **b ≠ 0 e d ≠ 0**, formam uma proporção quando a razão do primeiro para o segundo for igual à razão do terceiro para o quarto, portanto uma proporção é igualdade entre duas razões. Representa-se por: **a : b = c : d** ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (lê-se: **a está para b assim como c está para d**).

Propriedade fundamental das proporções: Numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Ou seja: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow$ **a . d = b . c**.

Exercícios resolvidos:

3) Determine o valor do termo desconhecido nas proporções a seguir:

a) $\frac{x}{8} = \frac{5}{4}$

Solução: Aplicando a propriedade fundamental das proporções temos que: 4. x = 5 . 8 → 4. x = 40 → x = $\frac{40}{4}$ → x = 4

b) $\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$

Solução: Aplicando a propriedade fundamental das proporções temos que: 3. x = 2 . 9 → 3. x = 18 → x = $\frac{18}{3}$ → x = 6

Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o aumento de uma corresponde a um aumento na outra, na mesma razão. Ou seja, quando ao dobro , triplo ... de uma, corresponde ao dobro, triplo... da outra.

Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando o aumento de uma corresponde a uma diminuição da outra, na mesma razão. Ou seja, quando ao dobro , triplo ... de uma, corresponde a metade, terça parte... da outra.

Regra de três simples

É um método prático para resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais. Considere dois valores de uma grandeza A (A_1 e A_2) e dois valores correspondentes de uma grandeza B (B_1 e B_2). Quando as grandezas A e B são diretamente proporcionais, escrevemos a proporção: $A_1 : A_2 = B_1 : B_2$ (as razões são iguais) e quando as grandezas A e B são inversamente proporcionais, escrevemos a proporção: $A_1 : A_2 = B_2 : B_1$ (a primeira razão é igual ao inverso da segunda).

Exercícios resolvidos:

4) 8 máquinas produzem 600 peças por hora. Quantas máquinas idênticas as primeiras são necessárias para produzir 1500 peças por hora?

Solução: As grandezas número de máquinas e número de peças são diretamente proporcionais, pois, dobrando-se o número de máquinas, o número de peças produzidas também dobrará. Então temos que: $\frac{8}{x} = \frac{600}{1500}$ → 600x = 1500 . 8 → x = $\frac{12000}{600}$ → x = 20. R: 20 máquinas.

5) São gastos 6 latas de tinta para pintar 420 m^2 de parede. Com o mesmo rendimento da tinta, quantos metros quadrados poderiam ser pintados com 10 latas dessa tinta?

Solução: As grandezas número de latas de tinta e a área pintada são diretamente proporcionais, pois, dobrando-se o número de latas de tinta, a área pintada também dobrará. Então temos que: $\frac{6}{10} = \frac{420}{x}$ → 6x = 10 . 420 → x = $\frac{4200}{6}$ → x = 700. R: 700 m^2.

6) Cinco pessoas realizam um serviço em 180 dias. Quantas pessoas, trabalhando no mesmo ritmo, seriam necessários para realizar o mesmo serviço em 100 dias?

Solução: As grandezas número de pessoas e tempo são inversamente proporcionais, pois, dobrando-se o número de pessoas, o tempo gasto para fazer o mesmo serviço fica reduzido à metade. Então temos que: $\frac{5}{x} = \frac{100}{180}$ → 100x = 5 . 180 → x = $\frac{900}{100}$ → x = 9. R: 9 pessoas.

7) Com velocidade de 60 km/h, um veículo leva 50 minutos para percorrer uma determinada distância. Se a velocidade do veículo fosse de 75 km/h, quanto tempo levaria para percorrer a mesma distância?

Solução: As grandezas velocidade e tempo são inversamente proporcionais, pois, dobrando-se a velocidade, o tempo gasto fica reduzido à metade. Então temos que: $\frac{60}{75} = \frac{x}{50}$ → 75x = 60 . 50 → x = $\frac{3000}{75}$ → x = 40. R: 40 minutos.

8) Uma máquina produz 100 peças em 40 minutos. No mesmo ritmo de produção, quantas peças esta máquina produz em 150 minutos?

Solução: As grandezas tempo e número de peças são diretamente proporcionais, pois, dobrando-se o tempo de funcionamento, o número de peças produzidas também dobrará. Então temos que: $\frac{100}{x} = \frac{40}{150}$ → 40x = 150 . 100 → x = $\frac{15000}{40}$ → x = 375. R: 375 peças.

9) Para realizar um serviço, 4 máquinas levam 15 dias. Em quantos dias 6 máquinas iguais as primeiras fariam o mesmo serviço?

Solução: As grandezas número de máquinas e tempo são inversamente proporcionais, pois, dobrando-se o número de máquinas o tempo gasto para fazer o mesmo serviço fica reduzido à metade. Então temos que: $\frac{4}{6} = \frac{x}{15}$ → 6x = 4 . 15 → x = $\frac{60}{6}$ → x = 10. R: 10 dias.

Capítulo 5

Trigonometria num triângulo retângulo.

Revisão de trigonometria num triângulo retângulo.

As razões trigonométricas no triângulo retângulo (triângulo que possui um ângulo de 90º) são muito uteis no estudo da Física e no campo das engenharias. Para realizarmos algumas operações vetoriais é fundamental termos conhecimento destas relações.

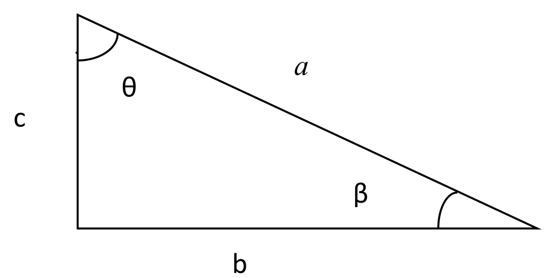
Primeiramente é fundamental conhecermos alguns elementos do triângulo retângulo: cateto oposto ou adjacente a um ângulo e a hipotenusa.

No triângulo da figura abaixo temos que:

- O lado *a*, que é oposto ao ângulo reto (90º), é a hipotenusa.

- O lado c é o cateto oposto ao ângulo β e o cateto adjacente ao ângulo θ.

- O lado b é o cateto oposto ao ângulo θ e o cateto adjacente ao ângulo β.



No triângulo retângulo temos algumas relações entre ângulos e lados do triângulo. Entre elas podemos destacar:

I – Teorema de Pitágoras.

Num triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma das medidas dos quadrados dos catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$

II – Seno de um ângulo agudo (menor que 90º).

Num triângulo retângulo, o seno de um ângulo agudo é a razão (divisão) entre o cateto oposto a este ângulo e a hipotenusa. Portanto temos que:

$\text{sen } \beta = \frac{c}{a}$ e $\text{sen } \theta = \frac{b}{a}$

III – Cosseno de um ângulo agudo.

Num triângulo retângulo, o cosseno de um ângulo agudo é a razão (divisão) entre o cateto adjacente a este ângulo e a hipotenusa. Portanto temos que:

$\cos \beta = \frac{b}{a}$ e $\cos \theta = \frac{c}{a}$

IV – Tangente de um ângulo agudo.

Num triângulo retângulo, a tangente de um ângulo agudo é a razão (divisão) entre o cateto oposto e o cateto adjacente a este ângulo. Portanto temos que:

$\text{tg } \beta = \frac{c}{b}$ e $\text{tg } \theta = \frac{b}{c}$

Exemplos de aplicações de trigonometria no triângulo retângulo:

1) Num triângulo retângulo, os catetos medem respectivamente 4 cm e 3 cm. Determine a medida da hipotenusa deste triângulo.

Resolução:

Como temos os valores dos dois catetos e queremos o valor da hipotenusa podemos usar o teorema de Pitágoras.

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow a = \sqrt{25} \rightarrow a = 5$ cm

2) Num triângulo retângulo, um dos catetos mede 7 cm e a hipotenusa mede 15 cm. Determine a medida do outro cateto deste triângulo.

Resolução:

Como temos o valor de um dos catetos e da hipotenusa e queremos o valor do outro cateto podemos usar o teorema de Pitágoras.

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 15^2 = b^2 + 7^2 \rightarrow b^2 = 15^2 - 7^2 \rightarrow b = \sqrt{225 - 49} \rightarrow b = 13{,}27$ cm

3) Num triângulo retângulo, um dos ângulos mede 37º e o cateto oposto a ele mede 4 cm. Determine a medida do outro cateto deste triângulo.

Resolução:

Temos um dos ângulos e o cateto oposto a ele e queremos a medida do outro cateto. Portanto podemos usar a tangente deste ângulo.

tg 37º = $\frac{4}{c}$ → c . tg 37º = 4 → c = $\frac{4}{\text{tg } 37}$ → c = 5,31 cm

4) Num triângulo retângulo, a hipotenusa mede 35 cm e um dos ângulos agudos mede 53º. Determine a medida do cateto oposto a este ângulo.

Resolução:

Temos um dos ângulos e a hipotenusa e queremos a medida do cateto oposto a este ângulo. Portanto podemos usar o seno deste ângulo.

sen 53º = $\frac{b}{35}$ → b = 35 . sen 53º → b = 27,95 cm

5) Num triângulo retângulo, um dos catetos mede 15 cm e a hipotenusa mede 32 cm. Determine a medida do outro cateto e a medida dos dois ângulos agudos deste triângulo.

Resolução:

Para determinarmos o ângulo oposto ao cateto de 15 cm (o qual chamaremos de θ) podemos usar o seno deste ângulo.

senθ = $\frac{15}{32}$ = 0,47 → θ = 27,95º (encontre este valor diretamente na calculadora)

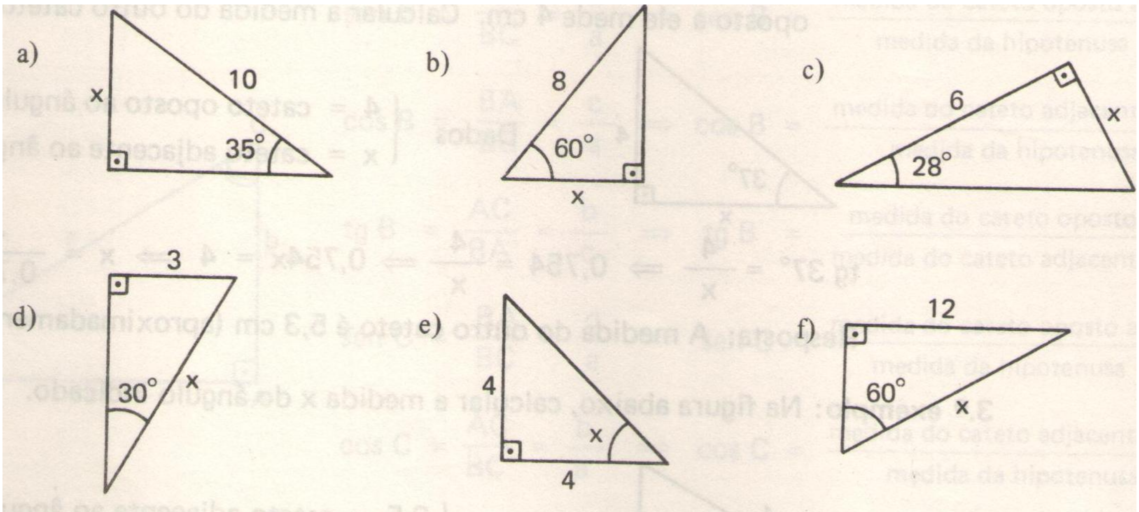
Para determinarmos o ângulo adjacente ao cateto de 15 cm (o qual chamaremos de α) podemos usar o cosseno deste ângulo.

cosα = $\frac{15}{32}$ = 0,47 → α = 62,05º (encontre este valor diretamente na calculadora)

Para determinar o outro cateto podemos usar o teorema de Pitágoras.

$32^2 = 15^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 32^2 - 15^2 \rightarrow x = \sqrt{1024 - 225} = 28{,}27$ cm

6) Nos triângulos retângulos das figuras seguintes, determine a medida x indicada. Considere que os lados dos triângulos estão em centímetros.



Resolução:

a) para determinar o cateto oposto ao ângulo de 35º podemos usar o seno deste ângulo.

sen 35º = $\frac{x}{10}$ → x = 10 . sen 35º → x = 5,74 cm.

b) para determinar o cateto adjacente ao ângulo de 60º podemos usar o cosseno deste ângulo.

cos 60º = $\frac{x}{8}$ → x = 8 . cos 60º → x = 4 cm.

c) para determinar o cateto oposto ao ângulo de 28º podemos usar a tangente deste ângulo (observe que não temos a hipotenusa).

tg 28º = $\frac{x}{6}$ → x = 6 . tg 28º → x = 3,19 cm.

d) para determinar a hipotenusa podemos usar o seno de 30º .

sen 30º = $\frac{3}{x}$ → 3 = x . sen 30º → x = $\frac{3}{\text{sen30}}$ → x = 6 cm.

e) para determinar o ângulo x podemos usar a tangente deste ângulo (observe que não temos a hipotenusa).

tgx = $\frac{4}{4}$ = 1→ x = 45º

f) para determinar o cateto oposto ao ângulo de 60º podemos usar o seno deste ângulo.

sen 60º = $\frac{12}{x}$ → 12 = x . sen 60º → x = $\frac{12}{\text{sen60}}$ → x = 13,86 cm.

Capítulo 6

Derivadas de polinômios.

No estudo da cinemática temos o conceito de velocidade que é a derivada da posição em relação ao tempo (taxa de variação da posição em relação ao tempo) e de aceleração que pode ser dada pela derivada da velocidade em relação ao tempo (taxa de variação da velocidade em relação ao tempo). Na Física I constantemente nos deparamos com funções polinomiais representando a posição de um corpo em função do tempo. Fato que gera necessidade de sabermos derivar este tipo de função. Portanto vamos tratar superficialmente e de maneira bem prática deste assunto, ou seja, este material não tem como objetivo estudar derivadas. Pensamos que este assunto deve ser estudado nas disciplinas de Cálculo.

Regras e propriedades que podem ser usadas para derivar as funções polinomiais.

Derivada de uma função constante.
- A derivada de uma função constante é nula.

Se c é uma constante em t $\rightarrow \frac{dc}{dt} = 0$

Exemplo:

Se $x = 5 \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{d5}{dt} = 0$

Regra para derivar uma potência
- Se n for um número real temos que

$$\frac{d(t^n)}{dt} = n\, t^{n-1}$$

Exemplo: $x = t^4 \rightarrow \frac{d(x)}{dt} = 4\ t^{4-1} = 4\ t^3$

Regra do múltiplo Constante
- A derivada de uma constante vezes uma função é igual a constante vezes a derivada desta função.

$$\frac{d[cf(t)]}{dt} = c\,\frac{d[f(t)]}{dt}$$

Exemplo: $x = 5\ t^3 \rightarrow \frac{d(x)}{dt} = 5\ .\ 3\ t^2 = 15\ t^2$

Regra da soma ou diferença
- A derivada da soma (ou diferença) de funções é igual à soma (ou diferença) das derivadas destas funções.

$$\frac{d[\,f(t) + g(t)]}{dt} = \frac{d[f(t)]}{dt} + \frac{d[g(t)]}{dt}$$

$$\frac{d[\,f(t) - g(t)]}{dt} = \frac{d[f(t)]}{dt} - \frac{d[g(t)]}{dt}$$

Exemplo: $x = 3\ t^4 + 2\ t^3 - 8\ t + 5 \rightarrow \frac{d(x)}{dt} = 3\ .\ 4\ t^3 + 2\ .\ 3\ t^2 - 8\ .\ 1\ t^0 = 12\ t^3 + 6\ t^2 - 8$

Aplicação de derivada na Física: Como exemplo de uso de derivada na Física pode-se supor que a posição de uma partícula seja dada por uma função x(t) e determinar a velocidade e a aceleração desta partícula. Ou seja, **para cada um dos seguintes itens determine a função da velocidade (primeira derivada da posição em relação ao tempo) e a função da aceleração (primeira derivada da função velocidade que corresponde à segunda derivada da função posição em relação ao tempo) desta partícula.**

a) $x = t^3$

b) $x = 2\ t^4$

c) $x = 6\ t^2 + 3\ t$

d) $x = 2\ t^3 – 4\ t^2 + t + 8$

e) $x = -\ 5\ t^5 + 2\ t^4 -\ 7\ t^2 – 15$

Resolução:

a) A velocidade é dada por: $v = \frac{dx}{dt} = 3\ t^2$ e a aceleração por: $a = \frac{dv}{dt} = 6\ t$

b) A velocidade é dada por: $v = \frac{dx}{dt} = 8\ t^3$ e a aceleração por: $a = \frac{dv}{dt} = 24\ t^2$

c) $v = \frac{dx}{dt} = 12\ t + 3$; $a = \frac{dv}{dt} = 12$

d) $v = \frac{dx}{dt} = 6\ t^2 – 8\ t + 1$; $a = \frac{dv}{dt} = 12\ t – 8$

e) $v = \frac{dx}{dt} = -\ 25\ t^4 + 8\ t^3 -\ 14\ t$; $a = \frac{dv}{dt} = -\ 100\ t^3 + 24\ t^2 -\ 14$