

Risco e Retorno

- Considerações iniciais

Risco e retorno são variáveis básicas da tomada de decisão de investimentos. Genericamente, o risco é uma medida de volatilidade ou incerteza dos retornos, e retorno é a expectativa de receitas de qualquer investimento

Em suma, pode-se definir Risco como o grau de incerteza associado a um investimento. Quanto maior a volatilidade dos retornos de um investimento, maior será o seu risco. Quando dois projetos têm os mesmos retornos esperados, escolhe-se o de menor risco.

- Retorno Esperado ou Taxa de Retorno Esperada

Retorno esperado ou Taxa de Retorno Esperada é a remuneração que os investidores solicitam para manter suas aplicações no ativo considerado. Vale ressaltar que o retorno esperado se difere do retorno efetivo apenas por se tratar ex-ante, enquanto que o retorno efetivo já foi efetivamente conhecido.

A probabilidade será usada como forma de quantificar o nível de possibilidade de um projeto ter os seus valores projetados correspondidos efetivamente, levando sempre em consideração os cenários projetados para cada um deles.

Exemplo:

	Probabilidade	Investimento A	Investimento B
Cenário 01: Expansão Econômica	0,3	100%	20%
Cenário 02: Estabilidade - Normal	0,4	15%	15%
Cenário 03: Recessão Econômica	0,3	- 70%	10%
Total	1,0		

VALOR ESPERADO

$$E(R) = \bar{R} = \sum_{K=1}^n P_K \times R_K$$

Valor Esperado do Investimento A

$$E(R_A) = (0,30 \times 100\%) + (0,40 \times 15\%) + (0,30 \times -70\%) \quad E(R_A) = 15\%$$

• *Valor Esperado do Investimento B*

$$E(R_B) = (0,30 \times 20\%) + (0,40 \times 15\%) + (0,30 \times 10\%) \quad E(R_B) = 15\%$$

Se multiplicarmos a probabilidade pela taxa de retorno projetada e daí somarmos esses produtos, então é a taxa de retorno esperada ou retorno esperado.

Por exemplo:

Você está prestes a investir ou em uma franquia de sorvetes do Meu Frio no Mutirão ou no Shopping. Ambos os eventos estão sujeitos ao sucesso em relação às condições climáticas do lugar em que serão instalados.

	Probabilidade	Investimento A	Taxa de retorno Esperada	Investimento B	Taxa de retorno Esperada
Cenário 01	0,25	45%		77%	
Cenário 02	0,50	35%		45%	
Cenário 03	0,25	20%		23%	
Total	1,0				

A - QUANTO MAIOR O RISCO, MAIOR O RETORNO:

B - O RISCO CRESCE COM O TEMPO:

Tempo muito longo aumenta a incerteza.

C - AVERSÃO A RISCO:

Se o risco for muito alto, o investidor pretenderá maiores retornos.

Avaliação de risco

Cálculo do risco pela amplitude

Será a diferença entre o menor e o maior valor da série de retornos. Sejam os retornos de 45, 35, 20 e 77,45,23
O risco será medido pela amplitude, ou seja $45-20 = 25\%$ e $77-23=54\%$ >risco

- a) Exemplo: A Cia. Natal está considerando duas alternativas de investimento, para as quais fez as estimativas abaixo:

	Ativo A	Ativo B
Investimento Inicial	\$ 10.000	\$ 10.000
Taxa de Retorno		
Pessimista	13%	7%
Mais provável	15%	15%
Otimista	17%	23%

b) considere as seguintes informações:

Estado da Economia	Probabilidades	Taxa de Retorno A	Taxa de Retorno do Capital B	Taxa de Retorno do Capital C
Expansão	20%	11%	35%	18%
Estável	50%	6%	15%	11%
Volátil	25%	4%	-5%	2%
Recessão	5%	0%	-4%	6%

Qual destes capitais oferece o menor risco e o maior risco esperado?

Retorno

Retorno esperado: é a expectativa de ganho do ativo com risco, calculado “ex-ante”. Retorno real ou observado: é o retorno efetivo do negócio, calculado “ex-post”.

Pode ser expresso por:

$$K_t = \frac{C_t + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Ex: determinar a taxa de retorno de um produto comprado há um ano por 20.000 com valor atual de mercado de 21.500. Gerou receitas de 800 após IR.

$$K_t = \frac{800 + 21.500 - 20.000}{20.000} = 11,5\%$$

Exemplo:

Compare as empresas “A” e “B”, e calcule o retorno e a melhor taxa de retorno.

Dados	Empresas	
	“A”	“B”
Preço inicial do ativo	R\$ 600,00	R\$ 650,00
Preço atual do ativo	R\$ 650,00	R\$ 700,00
Receita líquida no período	R\$ 700,00	R\$ 750,00

Retorno:

$$R_{ta} = R\$ 650,00 - R\$ 600,00 + R\$ 700,00 = R\$ 750,00.$$

$$R_{tb} = R\$ 700,00 - R\$ 650,00 + R\$ 750,00 = R\$ 800,00.$$

Taxa de retorno:

$$K_{ta} = \frac{R\$ 650,00 - R\$ 600,00 + R\$ 700,00}{R\$ 600,00} \times 100 = 125\%$$

$$K_{tb} = \frac{R\$ 700,00 - R\$ 650,00 + R\$ 750,00}{R\$ 650,00} \times 100 = 123,07\%$$

O retorno da empresa “A” foi de R\$ 750,00, e da empresa “B” foi de R\$ 800,00.

No entanto, a taxa de retorno da empresa “A” foi maior que da “B”, o que indica que a empresa “A” é mais rentável que a empresa “B”. Isso ocorreu porque, apesar de os investimentos iniciais serem de valores muito próximos, o investimento inicial da empresa “B” foi superior ao investimento da empresa “A”

Admita ilustrativamente que se esteja avaliando o risco de dois investimentos A e B

INVESTIMENTO A			INVESTIMENTO B		
Resultado Esperado	Probabili		Resultado Esperac	Probabili	
R\$ 600,00	10%		R\$ 300,00	10%	
R\$ 650,00	15%		R\$ 500,00	20%	
R\$ 700,00	50%		R\$ 700,00	40%	
R\$ 750,00	15%		R\$ 900,00	20%	
R\$ 800,00	10%		R\$ 1.100,00	10%	

Substituindo a expressão de cálculo para os investimentos anteriores, tem-se:

• **Valor Esperado do Investimento A**

$$E(R_A) = (0,10 \times \$ 600) + (0,15 \times \$ 650) + (0,50 \times \$ 700) + (0,15 \times \$ 750) + (0,10 \times \$ 800)$$

$$E(R_A) = \$ 700,00$$

• **Valor Esperado do Investimento B**

$$E(R_B) = (0,10 \times \$ 300) + (0,20 \times \$ 500) + (0,40 \times \$ 700) + (0,20 \times \$ 900) + (0,10 \times \$ 1.100)$$

$$E(R_B) = \$ 700,00$$

EXERCÍCIOS

1º

A Cia. HPC deseja realizar investimentos no mercado financeiro utilizando seus excedentes de caixa. O gerente financeiro selecionou dois ativos (A e B) para serem analisados. O ativo A apresenta um retorno esperado de 20%, e desvio-padrão do retorno de 16%. O ativo B tem um retorno esperado de 26%, e desvio-padrão do retorno de 25%. O gerente financeiro decidiu investir no ativo B. Analise a decisão de investimento tomada, descrevendo se ele tem maior ou menor aversão ao risco.

2º

Calcular o retorno esperado dos investimentos X e Y, que oferecem os seguintes resultados e probabilidades:

INVESTIMENTO X			INVESTIMENTO Y		
Resultado Esperado	Probabili		Resultado Esperac	Probabili	
R\$ 300,00	25%		R\$ 600,00	28%	
R\$ 400,00	25%		R\$ 700,00	23%	
R\$ 500,00	18%		R\$ 200,00	19%	
R\$ 450,00	22%		R\$ 100,00	15%	
R\$ 200,00	10%		R\$ 150,00	17%	

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - RISCO E RETORNO

- 1) Para cada um dos investimentos apresentados na tabela abaixo, calcule a taxa de retorno nos períodos não especificados.

Investimento	Fluxo de caixa durante o período	Valor no início do período	Valor no final do período
A	-100	800	1.100
B	15.000	120.000	118.000
C	7.000	45.000	48.000
D	80	600	500
E	1.500	12.500	12.400

- 2) A Solar Designs está analisando o investimento na ampliação de uma linha de produtos. Dois tipos possíveis de ampliação estão sendo considerados. Após investigar os resultados possíveis, a empresa fez as estimativas apresentadas na tabela:

	Ampliação A	Ampliação B
Investimento inicial	\$ 12.000	\$ 12.000
Taxa anual de retorno		
Pessimista	16%	10%
Mais provável	20%	20%
Otimista	24%	30%

- Determine a amplitude das taxas de retorno dos dois projetos.
- Qual dos projetos oferece menor risco?
- Se você estivesse tomando a decisão de investimento, qual das alternativas escolheria?
- Suponha que o resultado mais provável da ampliação B seja igual a 21 % ao ano e que todos os outros dados continuem inalterados. Isso muda sua resposta ao item c?

- 3) A Micro-Pub, Inc. está considerando a compra de uma câmera de microfilmagem e tem duas alternativas, R e S. Ambas devem proporcionar benefícios em um período de dez anos e requerem um investimento inicial de R\$ 4.000. A administração construiu a seguinte tabela de estimativas de taxas de retorno e probabilidades de resultados pessimistas, mais prováveis e otimistas:

	Câmera R		Câmera S	
	Valor	Probabilidade	Valor	Probabilidade
Investimento inicial	\$ 4.000	1	\$ 4.000	1
Taxa anual de retorno				
Pessimista	20%	0,25	15%	0,20
Mais provável	25%	0,50	25%	0,55
Otimista	30%	0,25	35%	0,25

- Determine a amplitude da taxa de retorno de cada câmera.
- Determine o valor esperado do retorno de cada câmera.
- A compra de qual das duas câmeras é mais arriscada? Por quê?

- 4) A Metal Manufacturing identificou quatro alternativas para atendimento da necessidade de ampliação de sua capacidade de produção. Os dados coletados para cada alternativa estão resumidos na tabela:

Alternativa	Retorno esperado	Probabilidade do retorno
A	20,00%	7,00%
B	22,00%	9,50%
C	19,00%	6,00%
D	16,00%	5,50%

- Caso a empresa deseje minimizar o risco, que alternativa você recomenda? E o valor esperado?

5. . Considere uma loteria com três possíveis resultados: uma probabilidade de 0,2 para o recebimento de \$125; uma probabilidade de 0,3 para o recebimento de \$100; uma probabilidade de 0,5 para o recebimento de \$50. a. Qual é o valor esperado dessa loteria?

1.Cálculo do risco pela Variância: No caso se considera como o valor esperado.

$$\sigma^2 = \frac{\sum KJ - \vec{k}^2}{N - 1}$$

2. Cálculo do risco pelo desvio-padrão: No caso de haver uma série histórica de retornos.

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum (K_j - \bar{K})^2}{n - 1}}, \text{ sendo:}$$

KJ = retornos conhecidos:

n = número de retornos conhecidos;

\bar{K} = média dos retornos verificados

Exemplo:

Seu José pretende aplicar o dinheiro que recebeu da aposentadoria em certa opção de investimento, mas antes quer saber qual o risco da opção, a qual rendeu, nos últimos quatro anos, 13, 12, 10 e 9% aa. Como somente a série histórica é conhecida, a dúvida do seu José será dirimida pelo cálculo do risco pelo desvio-padrão conforme a fórmula imediatamente anterior.

Primeiramente, é necessário calcular o retorno médio, \bar{K} , que é:

$$\bar{K} = \frac{13\% + 12\% + 10\% + 9\%}{4} = 11\% \text{ aa.}$$

$$\sigma'' = \frac{(13-11)^2 + (12-11)^2 + (10-11)^2 + (9-11)^2}{4-1} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ Variância}$$

Em seguida substituir o \bar{K} na equação. Para encontrar o risco pelo **Desvio Padrão** fica assim:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{(13-11)^2 + (12-11)^2 + (10-11)^2 + (9-11)^2}{4-1}}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{(4+1+1+4)}{3}}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{10}{3}} = \sqrt{3,33} \quad \sigma_k = 1,82\%. \text{ Assim, o risco de seu José não obter a taxa medida de } 11\% \text{ é de } 1,82\%$$

No caso de haver probabilidades atribuídas aos retornos possíveis. O Risco fica assim:

$$\sigma_K = \sqrt{\sum (K_j - \bar{K})^2 \times PR_j}$$

Exemplo:

Sabendo que seu José pretende investir sua aposentadoria, um gerente de banco apresentou-lhe opções de investimento, dizendo que para a opção “x” previa as seguintes probabilidades: 40% de probabilidade de render 20% aa, 30% de probabilidade de render 25% aa e 30% de probabilidade de render 30% aa. Qual o risco dessa opção?

O retorno médio \bar{K} , neste caso, será encontrado multiplicando-se a o retorno pela probabilidade respectiva, que é:

$$\bar{K} = (20\% \times 0,40) + (25\% \times 0,30) + (30\% \times 0,30) = \mathbf{24,50\%}$$
 Em seguida, faz-se a substituição na equação:

$$\sigma K = \sqrt{\sum_j (K_j - \bar{K})^2 \times PR_j}$$

$$\sigma K = \sqrt{(20 - 24,5)^2 \times 0,40 + (25 - 24,5)^2 \times 0,30 + (30 - 24,5)^2 \times 0,30}$$

$$\sigma K = \sqrt{8,10 + 0,075 + 9,075}$$

$$\sigma K = \sqrt{17,25}$$

$$\sigma K = \mathbf{4,15\% \text{ de risco.}}$$

EXERCÍCIOS.

1. Suponhamos que um investidor esteja preocupado com uma escolha de investimentos envolvendo três alternativas possíveis, cujas respectivas probabilidade e retornos são os seguintes:

Probabilidade	Retorno
0,4	\$100
0,3	\$30
0,3	-\$25

Qual será a Variância do investimento? Qual será risco?

2. Richard está decidindo sobre a aquisição de um bilhete da loteria estatal. Cada bilhete custa \$1, e a probabilidade dos prêmios é apresentada na tabela a seguir:

Probabilidade	Retorno
0,50	\$0,00
0,25	\$1,00
0,20	\$2,00
0,05	\$7,50

3. Suponha que dois investimentos têm a mesma remuneração, mas a probabilidade associada a cada remuneração difere, como ilustrado na tabela abaixo:

Retorno	Probabilidade (Investimento A)	Probabilidade (investimento B)
\$300	0,10	0,30
\$250	0,80	0,40
\$200	0,10	0,30

a. Calcule o retorno esperado e o desvio padrão de cada investimento.

O valor esperado do retorno do investimento A é

$$VE = (0,1)(300) + (0,8)(250) + (0,1)(200) = \$250.$$

A variância do investimento A é

$$\sigma^2 = (0,1)(300 - 250)^2 + (0,8)(250 - 250)^2 + (0,1)(200 - 250)^2 = \$500.$$

O valor esperado do retorno do investimento B é

$$VE = (0,3)(300) + (0,4)(250) + (0,3)(200) = \$250.$$

A variância do investimento B é

$$\sigma^2 = (0,3)(300 - 250)^2 + (0,4)(250 - 250)^2 + (0,3)(200 - 250)^2 = \$1.500.$$