Câmpus
Anápolis de Ciências
Exatas e Tecnológicas
Henrique Santillo

Universidade
Estadual de Goiás

FÍSICA III

NOTA DE AULA I

Goiânia – 2019

ELETROMAGNETISMO

CARGA ELÉTRICA

A carga elétrica, assim como a massa, é uma propriedade fundamental e característica intrínseca das partículas elementares que constituem a matéria; ou seja, é uma propriedade associada à própria existência dessas partículas. Com efeito, toda matéria é composta de átomos, estes por sua vez são compostos por prótons (possuem carga positiva), nêutrons (não possuem carga) e elétrons (possuem carga negativa).

CORPO ELETRIZADO

Um corpo em seu estado normal, não eletrizado, possui um número de prótons igual ao número de elétrons. Se este corpo perder elétrons, estará eletrizado positivamente. Se ele receber elétrons estará eletrizado negativamente.

A unidade de carga elétrica no SI é o coulomb (C), sendo comum o uso dos submúltiplos seguintes:

1 mC (milicoulomb) = 10^{-3} C
1 μC (microcoulomb) = 10^{-6} C
1 nC (nanocoulomb) = 10^{-9} C
1 pC (picocoulomb) = 10^{-12} C

A CARGA ELÉTRICA É QUANTIZADA

Quando uma grandeza Física, tal como a carga, só pode ter valores discretos em vez de qualquer valor, dizemos que esta grandeza é quantizada.

Para a determinação da quantidade de carga elétrica (q) que um corpo possui, utiliza - se a expressão:

$q = \pm ne$

onde:

$e = 1,6 \times 10^{-19} C \Rightarrow$ carga elementar

$n \Rightarrow$ *é a diferença entre o número de elétrons e prótons do corpo*

PRINCÍPIOS DA ELETROSTÁTICA

PRINCÍPIO DA ATRAÇÃO E REPULSÃO

Corpos carregados interagem exercendo forças uns sobre os outros, sendo que, corpos com cargas elétricas de mesmo sinal se repelem e de sinais opostos se atraem.

PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DAS CARGAS ELÉTRICAS

A carga elétrica não pode ser criada, nem destruída. A carga total de um sistema isolado não pode variar, sendo que as cargas podem ser reagrupadas e combinadas de modos diferentes.

CONDUTORES

Os sólidos que, como os metais, possuem elétrons livres em seu interior, permitem o deslocamento de carga elétrica através deles, sendo, por este motivo, denominados "condutores de eletricidade".

ISOLANTES

Ao contrário dos condutores, existem sólidos nos quais os elétrons estão firmemente ligados aos respectivos átomos. Portanto, "não será possível" o deslocamento de carga elétrica através destes corpos, os quais são denominados isolantes elétricos, ou dielétricos.

SEMICONDUTORES

Os semicondutores, dentre os quais citamos o silício e o germânio, são materiais que pertencem a uma classe intermediária entre os condutores e os isolantes. A revolução da microeletrônica se deve principalmente aos dispositivos construídos usando materiais semicondutores.

SUPERCONDUTORES

Os supercondutores não oferecem resistência ao movimento da carga elétrica através deles. Se for estabelecida uma corrente elétrica, em um anel supercondutor, ela permanecerá "para sempre", sem necessidade de uma bateria ou outra fonte de energia para mantê-la.

TIPOS DE ELETRIZAÇÃO

ELETRIZAÇÃO POR ATRITO

Experiências bem simples podem ser feitas para verificar a eletrização por atrito. Como exemplo podemos citar o fato de um canudo de refresco, após ser atritado com um pedaço de lã, atrair pequenos pedaços de papel.

Na eletrização por atrito os corpos adquirem cargas de mesmo módulo e sinais opostos.

Série Triboelétrica

ELETRIZAÇÃO POR CONTATO

Na eletrização por contato os corpos ficam com cargas de mesmo sinal, o valor da carga de cada um dos corpos, após o contato, depende da capacidade de cada um deles armazenar cargas.

Observações:

I - Para condutores de mesmas dimensões e mesma forma e mesmo material, após o contato eles terão cargas iguais.
II - Se ligarmos um condutor eletrizado à Terra, o mesmo ficará praticamente descarregado.

ELETRIZAÇÃO POR INDUÇÃO

Na eletrização por indução, não há contato direto entre os corpos. Basta aproximar um corpo carregado (indutor) de um corpo neutro a ser carregado (induzido). O induzido deve ser ligado temporariamente à Terra ou a um corpo maior que lhe forneça elétrons ou que dele os receba.

Na eletrização por indução, o induzido eletriza-se com carga de sinal contrário à do indutor. A carga do indutor não se altera.

CARGA ELÉTRICA PUNTIFORME (OU PONTUAL)

Uma carga puntiforme ou pontual é aquela que está distribuída em um corpo cujas dimensões são desprezíveis em comparação com as demais dimensões envolvidas no problema.

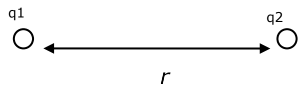
LEI DE COULOMB

Em 1785, o Francês Charles Augustin de Coulomb realizou experimentos que comprovaram que a força elétrica entre cargas puntiformes obedecia a seguinte relação (chamada de lei de Coulomb):

A força elétrica, de atração ou repulsão, entre duas cargas puntiformes atua na direção da linha reta que passa pelas cargas. Ela é diretamente proporcional ao produto destas cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

A equação matemática que representa esta lei, no vácuo, é a seguinte:

$$F = K_0 \frac{|q_1.q_2|}{r^2}$$



onde: $K_0 = 8,99 \times 10^9 \ Nm^2 / C^2$ (é a constante eletrostática no vácuo)

A força que a carga q_1 exerce em q_2 ($\overrightarrow{F_{12}}$) e a força que a carga q_2 exerce em q_1 ($\overrightarrow{F_{21}}$) formam um par ação e reação (3º lei de Newton). A direção da força sobre cada partícula é sempre ao longo da linha que as liga, puxando uma de encontro à outra, no caso de forças atrativas em cargas de sinais diferentes, e empurrando-as para fora, no caso de forças repulsivas em cargas de sinais iguais. Observe que $\overrightarrow{F_{12}}$ e $\overrightarrow{F_{21}}$ possuem mesmo módulo $(F_{12} = F_{21})$.

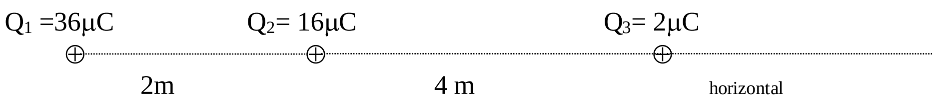
A constante eletrostática K_0 pode ser escrita como 1 / ($4\pi\varepsilon_0$), onde ε_0 é outra constante. Embora isto pareça uma complicação, na verdade, essa mudança simplifica algumas fórmulas a serem encontradas mais tarde. A lei de Coulomb torna-se então:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1.q_2|}{d^2}$$

onde: $\varepsilon_o = 8,85 \times 10^{-12} \ C^2 / N.\ m^2$ (Constante de permissividade no vácuo).

A força eletrostática obedece ao princípio da superposição. Quando duas ou mais cargas exercem forças simultânea sobre uma dada carga, observa-se que a força total sobre esta ultima é a soma vetorial das forças que as várias cargas exerceriam individualmente sobre ela.

1. O esquema abaixo mostra três cargas puntiformes fixas, no vácuo. Determine o módulo, a direção e o sentido da força elétrica resultante: (a) Que atua na carga Q_2 (b) Que atua na carga Q_3.



a) Inicialmente devemos repersentar as duas forças que atuam em q_2.
Como as duas forças têm a mesma direção e sentidos contrários a força resultante tem um valor que é dado pela diferença entre as duas forças e o sentido no sentido de maior valor.
Todas as grandezas devem estar no S.I.

$$F_{12} = K_0 \frac{|q_1||q_2|}{d_{12}^2} = \frac{9\times10^9 \times 36\times10^{-6} \times 16\times10^{-6}}{2^2} = \boxed{1,296N}$$

$$F_{32} = K_0 \frac{|q_3||q_2|}{d_{32}^2} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 16\times10^{-6}}{4^2} = \boxed{0,018N}$$

$$F_R = F_{12} - F_{32} = 1,296 - 0,018 = \boxed{1,278N}$$

$\overrightarrow{F_R}$ é a força resultante na direção horizontal e sentido para a direita.

b) A resolução é feia de maneira semelhante ao item (a).Como as duas forças têm a mesma direção e sentido, a força resultante tem um valor que é dado pela soma entre as duas forças. Todas as grandezas devem estar no S.I.

$$F_{13} = K_0 \frac{|q_1||q_3|}{d_{13}^2} = \frac{9\times10^9 \times 36\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{6^2} = \boxed{0,018N}$$

$$F_{23} = K_0 \frac{|q_2||q_3|}{d_{23}^2} = \frac{9\times10^9 \times 16\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{4^2} = \boxed{0,018N}$$

$$F_R = F_{13} + F_{23} = 0,018 + 0,018 = \boxed{0,036N}$$

$\overrightarrow{F_R}$ é a força resultante na direção horizontal e sentido para a direita.

2. Três partículas carregadas, localizadas sobre uma linha reta, estão separadas pela distância d, como mostra a figura abaixo. As cargas q_1 e q_2 são mantidas fixas. A carga q_3, que é livre para mover-se, encontra-se em equilíbrio (nenhuma força eletrostática líquida atua sobre ela). Determine q_1 em termos de q_2.

$$K_0 \frac{q_3 q_2}{d^2} - K_0 \frac{q_3 q_1}{4d^2} = 0$$

$$q_3 q_2 = \frac{q_3 q_1}{4} \Rightarrow \boxed{q_1 = 4q_2}$$

Como as forças possuem sentidos opostos, as cargas também devem possuir sinais opostos.

3. As cargas q_1 e q_2 se encontram sobre o eixo dos x, nos pontos $x = -a$ e $x = +a$, respectivamente. (a) qual deve ser a relação entre q_1 e q_2 para que a força eletrostática líquida sobre a carga $+Q$, colocada no ponto $x = +a/2$, seja nula? (b) Repita o item (a) com a carga $+Q$ colocada no ponto $x = +3a/2$.

$a)$

$\vec{F}_R = 0$

$\left|\vec{F}_{1Q}\right| = \left|\vec{F}_{2Q}\right|$

$$K_0 \frac{q_1 Q}{\left(\frac{3a}{2}\right)^2} = K_0 \frac{q_2 Q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$\boxed{q_1 = 9q_2}$

$b)$

$\vec{F}_R = 0$

$\left|\vec{F}_{1Q}\right| = \left|\vec{F}_{2Q}\right|$

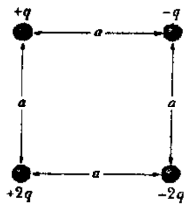
$$K_0 \frac{q_1 Q}{\left(a + \frac{3a}{2}\right)^2} = K_0 \frac{q_2 Q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$\boxed{q_1 = 25q_2}$

Como as forças possuem sentidos opostos,
as cargas também devem
possuir sinais opostos

$\boxed{q_1 = -25q_2}$

4. Na figura abaixo, quais são os componentes horizontal e vertical da força eletrostática resultante que atua sobre a carga no vértice inferior esquerdo do quadrado, sendo $q = 1,0 \times 10^{-7}$ C e $a = 5,0$ cm?



$d = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow$ diagonal do quadrado $\Rightarrow d = 7,07cm$

inicialmente devemos representar as três forças que atuam na carga considerada.

$$\left|\vec{F}_1\right| = K_0 \frac{q_1 q_4}{a^2} = 8,99 \times 10^9 \frac{1,0 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-7}}{\left(5 \times 10^{-2}\right)^2} = \boxed{0,072N}$$

$$\left|\vec{F}_3\right| = K_0 \frac{q_3 q_4}{a^2} = 8,99 \times 10^9 \frac{2,0 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-7}}{\left(5x10^{-2}\right)^2} = \boxed{0,144N}$$

$$\left|\vec{F}_2\right| = K_0 \frac{q_4 q_2}{d^2} = 8,99 \times 10^9 \frac{2,0 \times 10^{-7} \times 1 \times 10^{-7}}{\left(5 \times 10^{-2} \times \sqrt{2}\right)^2} = \boxed{0,036N}$$

Temos que decompor a força 2 em suas componentes x e y.

$$F_{2x} = F_2 \cos 45^o = 0,036 \times 0,707 = 0,025N = F_{2y} = F_2 sen 45^o$$

Como temos agora quatro forças, somamos as forças nas mesmas direções e depois usamos o teorema de Pitágoras para achar a resultante, com isso, temos

$$F_h = F_{2x} + F_3 = 0,025 + 0,144 = \boxed{0,169N}$$

$$F_v = F_1 - F_{2y} = 0,072 - 0,025 = \boxed{0,047N}$$

se quisermos encontrar o módulo da força resultante, temos:

$$F_R = \sqrt{F_h^2 + F_v^2} = \sqrt{0,169^2 + 0,047^2}$$

$$\boxed{F_R = 0,239N}$$

5. Duas cargas puntiformes livres *+q* e *+4q* estão a uma distância *L* uma da outra. Uma terceira carga e colocada de tal modo que todo o sistema fica em equilíbrio. Determine a posição, o módulo e sinal da terceira carga.

A única maneira de todo o sistema ficar em equilíbrio, ou seja, cada uma das cargas estar sob ação de duas forças de mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos é se uma carga negativa q_3 for colocada entre as cargas q_1 e q_2.

Usando a condição de equilíbrio na carga q_3 temos que:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow K_0 \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = K_0 \frac{|q_2||q_3|}{(L-x)^2} \Rightarrow K_0 \frac{qq_3}{x^2} = K_0 \frac{4qq_3}{(L-x)^2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{L}{3}}$$

usando a condição de equilíbrio na carga q_1 temos que:

$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow K_0 \frac{|q_2||q_1|}{L^2} = K_0 \frac{|q_3||q_1|}{x^2} \Rightarrow K_0 \frac{4qq}{L^2} = K_0 \frac{|q_3|q}{x^2} \Rightarrow \boxed{|q_3| = \frac{4q}{9}}$$

como a carga q_3 é negativa, temos $\boxed{q_3 = -\frac{4q}{9}}$

$$\boxed{\text{A carga } q_3 \text{ deve ser colocada entre } q_1 \text{ e } q_2\text{, a uma distância } \frac{L}{3} \text{ de } q_1}$$

6. Uma carga *Q* é dividida em duas partes *q* e *(Q – q)*, que são, a seguir, afastadas por certa distância entre si. Qual deve ser o valor de *q* em termos de *Q*, de modo que a repulsão eletrostática entre as duas cargas seja máxima.

$$F = K_0 \frac{q(Q-q)}{r^2} = K_0 \frac{(qQ - q^2)}{r^2}$$

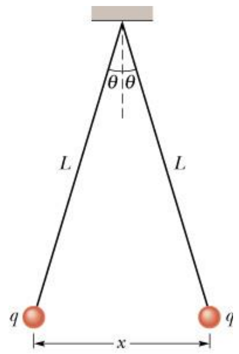
Quando a força for máxima a sua derivada em relação a carga q será nula.

$$\frac{dF}{dq} = K_0 \frac{(Q-2q)}{r^2} = 0 \Rightarrow Q - 2q = 0 \Rightarrow \boxed{q = \frac{Q}{2}}$$

7. Duas pequenas bolas condutoras idênticas, de massa *m* e carga *q*, estão suspensas por fios não condutores de comprimento *L* como mostra a figura. Suponha θ tão pequeno que $tan\theta$ possa ser substituída por $sen\theta$ com erro desprezível. (a) Mostre que, para o equilíbrio,

$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{1/3},$$

Onde x é a separação entre as bolas. (b) Sendo $\boldsymbol{L} = 120\ cm$, $m = 10\ g$, e $x = 5{,}0\ cm$. Qual o valor de q?



a)

Inicialmente devemos representar as forças que atuam em uma das cargas.

Como cada bola está em equilíbrio a resultante das forças em cada eixo $(x \text{ e } y)$ será nula.

considerando: $\begin{cases} R_x = 0 \Rightarrow Tsen\theta = F \\ R_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg \end{cases} \Rightarrow tg\theta = \dfrac{F}{mg}$

mas $tg\theta \approx sen\theta \Rightarrow F = mgsen\theta$

mas $tg\theta \approx sen\theta \Rightarrow F = mgsen\theta$

$$sen\theta = \frac{x/2}{L} = \frac{x}{2L} \qquad \text{e} \qquad F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq}{x^2}$$

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = mg\frac{x}{2L} \Rightarrow \frac{q^2 2L}{4\pi\varepsilon_0 mg} = x^3 \Rightarrow \boxed{x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

b)

substituindo os valores em $x = \left(\dfrac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}$

temos: $\boxed{q = 2{,}4\times10^{-8}C}$

8. Um nêutron consiste em um quark “up” de carga $+2e/3$ e dois quarks “down” cada um tendo carga de $-e/3$. Se os quarks down estiverem a uma distância de $2{,}6 \times 10^{-15}\ m$ um do outro, dentro do nêutron, qual será o módulo da força eletrostática entre eles?

$$(1) q = +\frac{2}{3}e$$
$$(2) -\frac{1}{3}e$$
$$r = 2,6\times10^{-15}m$$
$$F = K_0\frac{q_1q_2}{r^2} = \frac{8,99\times10^9\times\left|-\frac{1}{3}e\right|\times\left|-\frac{1}{3}e\right|}{\left(2,6\times10^{-15}\right)^2}$$
$$F = \frac{10^9\times2\times\left(1,6\times10^{-19}\right)^2}{\left(2,6\times10^{-15}\right)^2} \Rightarrow \boxed{F = 3,79N}$$

9. Qual deve ser a distância entre dois prótons pra que o módulo da força eletrostática atuando sobre qualquer um deles seja igual ao seu peso na superfície da Terra? Massa do próton = 1,67 x 10-27 kg.

$$F = P = mg = 1,67\times10^{-27}\times9,78$$
$$K_0\frac{q_1q_2}{r^2} = 1,63\times10^{-26} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{8,99\times10^9\left(1,6\times10^{-19}\right)^2}{1,63\times10^{-26}}}$$
$$r = 0,12m \Rightarrow \boxed{r = 12cm}$$

10. Qual é o modulo de uma carga puntiforme cujo campo elétrico, a uma distância de 50 cm, tem módulo igual a 2,0 N/C?

$$q = ?$$
$$r = 50cm$$
$$E = 2,0N/C$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2} = K_0\frac{q}{r^2}$$
$$q = \frac{Er^2}{K_0} = \frac{2\left(50\times10^2\right)^2}{8,99\times10^9}$$
$$\boxed{q = 5,6\times10^{-11}C}$$

CAMPO ELÉTRICO

Se colocarmos uma carga de prova q, num ponto A, onde existe um campo elétrico $\vec{E}$, a carga de prova sofre ação de uma força elétrica dada por:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Devemos observar que a relação entre os módulos destas grandezas é: $F = |q|E$.

Sendo o campo elétrico uma grandeza vetorial, suas propriedades são determinadas quando, tanto a intensidade quanto sua direção são especificadas. Com base na equação vetorial $\vec{F} = q\vec{E}$, obtemos a relação entre a direção e o sentido dos vetores $\vec{F}$ e $\vec{E}$.

A direção do campo $\vec{E}$ é sempre a mesma da força $\vec{F}$ **.**

- Se q > 0, $\vec{F}$ e $\vec{E}$ têm o mesmo sentido.
- Se q < 0, $\vec{F}$ e $\vec{E}$ têm sentidos opostos.

Em resumo:

> Uma carga positiva, colocada em um ponto onde existe um campo elétrico $\vec{E}$, tende a se deslocar no sentido deste campo, e uma carga negativa tende a se deslocar em sentido contrário ao do campo.

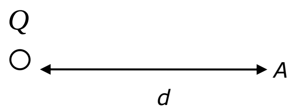
Observação:

> É importante salientar que a existência do campo elétrico em um ponto não depende da presença da carga de prova naquele ponto, então, o sentido do campo elétrico num ponto não depende do sinal da carga de prova colocada nesse ponto.

A unidade do campo elétrico no SI, é o newton por coulomb (N / C).

CAMPO ELÉTRICO CRIADO POR CARGAS PUNTIFORMES.

Usando a lei de Coulomb e a relação entre força e o campo elétrico, podemos encontrar a equação que nos permite calcular o valor do campo elétrico, gerado pela carga *Q*, num ponto *A*, a uma distância *d* da carga *Q*.



$$E = \frac{F}{|q|}$$

$$mas: F = K_0 \frac{|Q||q|}{d^2}$$

$$então:$$

$$E = \frac{K_0 \frac{|Q||q|}{d^2}}{|q|} \Rightarrow E = K_0 \frac{|Q|}{d^2}$$

Onde:

$E \rightarrow$ é o campo elétrico, gerado pela carga *Q*, no ponto *A*.

$d \rightarrow$ é a distância da carga *Q* até o ponto *A*.

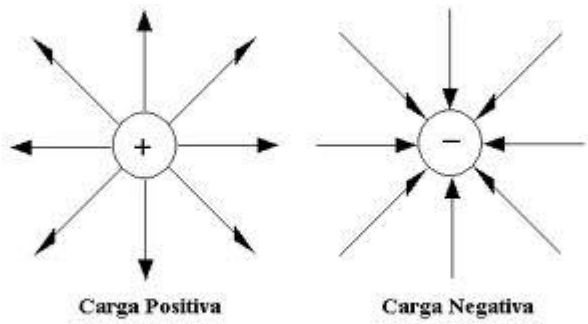
O módulo do campo elétrico também pode ser escrito como:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q|}{d^2}$$

onde: $\varepsilon_o = 8,85 \times 10^{-12}\ C^2 / N.\ m^2$ (Constante de permissividade no vácuo)

DIREÇÃO E SENTIDO DO CAMPO ELÉTRICO:

Se a carga for positiva, teremos o sentido do campo elétrico se afastando da carga geradora, se a carga for negativa, teremos o sentido do campo elétrico aproximando da carga geradora.



CAMPO ELÉTRICO DE VÁRIAS CARGAS PUNTIFORMES

O campo elétrico resultante, gerado por várias cargas puntiformes num determinado ponto, é dado pela soma vetorial dos campos gerados por cada uma das cargas neste ponto.

LINHAS DE CAMPO ELÉTRICO (OU LINHAS DE FORÇA)

As linhas de campo são traçadas de tal modo que, em cada ponto, o vetor $\vec{E}$ seja tangente a ela. Em qualquer ponto, o campo elétrico resultante tem uma única direção, portanto, somente uma linha de campo pode passar em cada ponto do campo. Em outras palavras, linhas de campo elétrico nunca se interceptam.

CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

Dizemos que um campo elétrico é uniforme, em uma dada região do espaço, quando ele apresentar o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em todos os pontos desta região. As linhas de força que representam um campo elétrico uniforme são retas paralelas e equidistantes.

COMPORTAMENTO DE UM CONDUTOR ELETRIZADO.

Se um condutor eletrizado estiver em equilíbrio eletrostático, as cargas elétricas em excesso estarão distribuídas em sua superfície externa. O campo elétrico no interior de um condutor, em equilíbrio eletrostático, é nulo, e em pontos externos e próximos da superfície deste condutor $\vec{E}$ será perpendicular a ela.

11. O esquema abaixo mostra duas cargas fixas, no vácuo. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico resultante: *R: a) zero; b) 4,5 x* 10^8 *N/C, na direção horizontal e sentido para a direita*.
    a) No ponto A.
    b) No ponto B.

$Q_1 = 64 . 10^{-6}$ C   A $Q_2 = 64 . 10^{-6}$ C   B

2 cm   2 cm   4 cm   horizontal

$$a)\left|\vec{E}_T\right| = \left|\vec{E}_1\right| - \left|\vec{E}_2\right| = K_0\left(\frac{|q_1|}{r_1^2} - \frac{|q_2|}{r_2^2}\right) = 8,99\times10^9\times\left(\frac{64\times10^{-6}}{\left(2,0\times10^{-2}\right)^2} - \frac{64\times10^{-6}}{\left(2,0\times10^{-2}\right)^2}\right)$$

$$\boxed{E_T = 0N/C}$$

$$b)\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_T = E_1 + E_2 = K_0\left(\frac{|q_1|}{r_1^2} + \frac{|q_2|}{r_2^2}\right) = 8,99\times10^9\times\left(\frac{64\times10^{-6}}{\left(8,0\times10^{-2}\right)^2} + \frac{64\times10^{-6}}{\left(4,0\times10^{-2}\right)^2}\right)$$

$$\boxed{E_T = 4,5\times10^8 N/C,\ \text{na direção horizontal e sentido para a direita}}$$

12. Duas cargas puntiformes de módulos $Q_1 = 2,0 \times 10^{-7}$ *C* e $Q_2 = 8,5 \times 10^{-8}$ *C* estão separadas por uma distância de 12 cm. (a) Qual o módulo do campo elétrico que cada uma cria no local onde está a outra? (b) Qual o módulo da força que atua sobre cada uma delas?

$$q_1 = 2\times10^{-7}C$$
$$q_2 = 8,5\times10^{-8}C$$
$$r = 12cm$$

$a)$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r^2} = K_0\frac{q_1}{r^2} = 8,99\times10^9\frac{2\times10^{-7}}{\left(12\times10^{-2}\right)^2} = \boxed{125\times10^3 N/C}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r^2} = K_0\frac{q_2}{r^2} = 8,99\times10^9\frac{8,5\times10^{-8}}{\left(12\times10^{-2}\right)^2} = \boxed{53,1\times10^3 N/C}$$

$b)$

$$F_1 = E_1q_2 = E_2q_1 = F_2 = F$$
$$F = 125\times10^3\times8,5\times10^{-8} = \boxed{10,6\times10^{-3}N}$$

13. Duas cargas iguais, mas de sinais postos (de módulo $2{,}0\times 10^{-7}$ C) são mantidas a uma distância de 15 cm uma da outra. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido de $\vec{E}$ no ponto situado a meia distância entre as cargas? (b) Qual o módulo, a direção e o sentido da força que atuaria sobre um elétron colocado nesse ponto?

$$q_1 = 2\times10^{-7}C$$
$$q_2 = -2\times10^{-7}C$$
$$r = 15cm$$

$a)$

$$\left|\vec{E}_T\right| = \left|\vec{E}_1\right| + \left|\vec{E}_2\right| = K_0\left(\frac{|q_1|}{r_1^2} + \frac{|q_2|}{r_2^2}\right)$$

$$\left|\vec{E}_T\right| = 8{,}99\times10^9\times\left(\frac{2\times10^{-7}}{\left(7{,}5\times10^{-2}\right)^2} + \frac{2\times10^{-7}}{\left(7{,}5\times10^{-2}\right)^2}\right)$$

$$\boxed{\left|\vec{E}_T\right| = 640\times10^3 N/C}$$

na direção da carga negativa

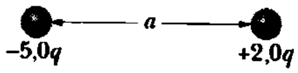
$b)$

$$\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{E}_T\right|q = 640\times10^3\times1{,}6\times10^{-19}$$

$$\boxed{\left|\vec{F}\right| = 1{,}024\times10^{-13}N}$$

na direção na carga positiva

14. Na figura abaixo, localize o ponto (ou os pontos) onde o campo elétrico resultante é nulo. (b) Esboce, qualitativamente, as linhas do campo elétrico.



$$q_1 = 2q$$
$$q_2 = -5q$$
$$r = a$$

$q_2 > q_1 \Rightarrow E = 0$ próximo de q_1

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right|$$

$$\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{\left(x+a\right)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5q}}{x+a} = \frac{\sqrt{2q}}{x}$$

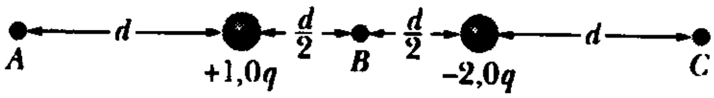
$$x\sqrt{5q} = x\sqrt{2q} + a\sqrt{2q}$$

$$x\left(\sqrt{5q} - \sqrt{2q}\right) = a\sqrt{2q}$$

$$x\left(\sqrt{5q} - \sqrt{2q}\right) = a\sqrt{2q}$$

$$x = a\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \boxed{1{,}7a}$$

15. Na figura abaixo, as cargas *+1,0q* e *–2,0q* estão fixas a uma distância *d* uma da outra. (a) Determine $\vec{E}$ nos pontos A, B e C. (b) Esboce as linhas do campo elétrico.



$$a)\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_A = E_1 - E_2 = K_0\left(\frac{|q_1|}{r_1^2} - \frac{|q_2|}{r_2^2}\right) = K_0\left(\frac{q}{d^2} - \frac{2q}{4d^2}\right)$$

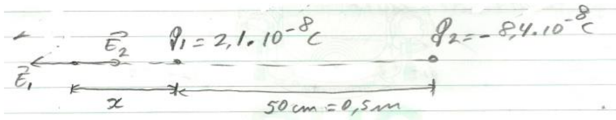
$$E_T = \frac{K_0 q}{d^2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \boxed{\frac{1}{2}\frac{K_0 q}{d^2}} \quad \textit{para a esquerda.}$$

$$b)\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_B = E_1 - E_2 = K_0\left(\frac{|q_1|}{r_1^2} + \frac{|q_2|}{r_2^2}\right) = K_0\left(\frac{q}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} + \frac{2q}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\right)$$

$$E_B = \frac{4K_0 q}{d^2}(1+2) = \boxed{12\frac{K_0 q}{d^2}} \quad \textit{para a direita.}$$

c) $E_C = \dfrac{7K_0 q}{4d^2}$ *, para a esquerda.*

16. Duas cargas $q_1 = 2{,}1x10^{-8}\ C$ e $q_2 = -4\ q_1$ estão fixas a uma distância de *50 cm* uma da outra. Determine, ao longo da linha reta que passa pelas duas cargas, o ponto onde o campo elétrico é zero.



Para que o campo elétrico resultante seja nulo, os campos gerados pelas duas cargas devem ter mesma direção, mesmo módulo e sentidos opostos, portanto o ponto deve estar fora do segmento que une as cargas e mais próximo da carga de menor módulo (q_1).

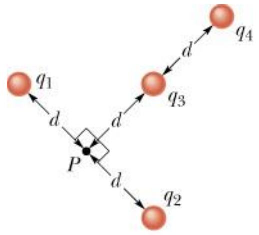
$$E_1 = E_2$$

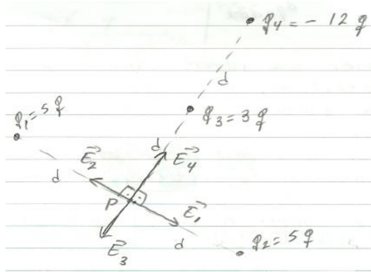
$$\frac{K_0|q_1|}{d_1^2} = \frac{K_0|q_2|}{d_2^2} \Rightarrow \frac{2{,}1\times10^{-8}}{x^2} = \frac{8{,}4\times10^{-8}}{(x+0{,}5)^2}$$

$$\boxed{x = 0{,}5m}$$

O campo elétrico resultante será nulo num ponto fora do segmento que une as cargas a uma distância de 0,5 m de q_1 e a 1,0 m de q_2.

17. Na figura abaixo, qual o campo elétrico no ponto **P** criado pelas quatro cargas mostradas? Onde $q_1 = +5q$, $q_2 = +5q$, $q_3 = +3q$ e $q_4 = -12q$,





Inicialmente devemos representar no ponto P os campos gerados para cada uma das quatro cargas. Em seguida determinamos o valor de cada campo neste ponto.

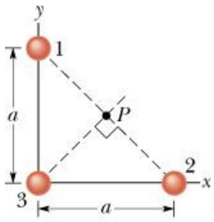
$$E_1 = E_2 = 5\frac{K_0 q}{d^2}$$

$$E_3 = 3\frac{K_0 q}{d^2}$$

$$E_4 = 12\frac{K_0 q}{(2d)^2} = 3\frac{K_0 q}{d^2}$$

Os campos gerados pelas cargas q_1 e q_2 têm a mesma direção, mesmo módulo e sentidos opostos, portanto se anulam. O mesmo acontece com os campos gerados por q_3 e q_4, portanto o campo resultante no ponto P é nulo.

18. Determine o módulo do campo elétrico no ponto ***P*** da figura abaixo. Adote $a = 6,00 \times 10^{-6}$ m

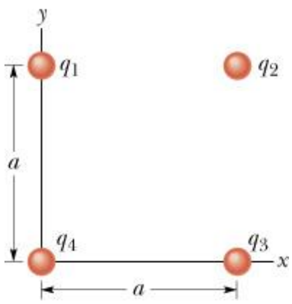


Por simetria vemos que as contribuições das duas cargas $q_1 = q_2 = +e$ se cancelam, então calculamos apenas a contribuição de $q_3 = +2e$. A magnitude do campo elétrico é:

$$|\vec{E}_T| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e}{(a/\sqrt{2})^2} = \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4e}{a^2}}$$

Este campo aponta em 45°, em relação ao eixo x.

19. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no centro do quadrado da figura abaixo, sabendo que *$q_1 = +1,0\times 10^{-8}$ C, $q_2 = -2,0\times 10^{-8}$ C, $q_3 = +2,0\times 10^{-8}$ C e $q_4 = -1,0\times 10^{-8}$ C* e *a = 5,0 cm.*



Adotamos o centro do quadrado como sendo o ponto zero de nosso sistema cartesiano. pelas cargas q_2 e q_4 passa o eixo x e pelas cargas q_1 e q_3 passa o eixo y.

Com isso a distância de cada carga até o ponto de interesse é $d = \frac{a}{\sqrt{2}}$. com isso:

$$E_x = K_0\left(\frac{2q}{a^2/2} - \frac{q}{a^2/2}\right) = K_0\left(\frac{q}{a^2/2}\right) = \frac{9\times10^9 \times 1\times10^{-8}}{0,05^2/2} = \boxed{7,19\times10^4 N/C}$$

de mesma forma temos

$$E_y = K_0\left(\frac{2q}{a^2/2} - \frac{q}{a^2/2}\right) = K_0\left(\frac{q}{a^2/2}\right) = \frac{9\times10^9 \times 1\times10^{-8}}{0,05^2/2} = \boxed{7,19\times10^4 N/C}$$

O módulo do campo é dado por:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\left(7,19\times10^4\right)^2 + \left(7,19\times10^4\right)^2} = \boxed{1,02\times10^5 N/C}$$

o ângulo feito com o eixo x é:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right) = \tan^{-1}(1) \Rightarrow \boxed{\theta = 45^o}$$

20. Um elétron é liberado a partir do repouso num campo elétrico uniforme de módulo *2,00 x 10² N/C*. Calcule a aceleração do elétron. (Ignore a gravidade.) $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ *kg.*

$$m_e = 9,11\times10^{-31} kg$$

$$q_e = -1,6\times10^{-19} C$$

$$E = 200 N/C$$

$$F = Eq = 200\times1,6\times10^{-19} = \boxed{3,2\times10^{-17} N}$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{3,2\times10^{-17}}{9,11\times10^{-31}} = \boxed{3,5\times10^{13} m/s^2}$$

CAMPO ELÉTRICO GERADO POR DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS DE CARGAS

No cálculo do campo elétrico gerado por distribuições contínuas de cargas é comum expressar a carga de um objeto em termos de uma densidade de carga (linear, superficial ou volumétrica).

A densidade linear de carga (λ), a densidade superficial de carga (σ) e a densidade volumétrica de carga (ρ) são dadas respectivamente por:

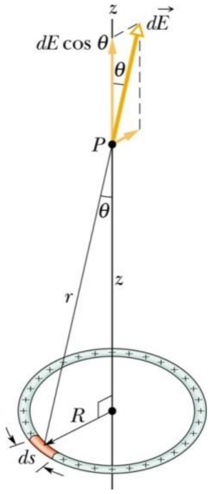
$$\lambda = \frac{q}{s}$$

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

$$\rho = \frac{q}{V}$$

Onde: *s* representa o comprimento, *A* a área e *V* o volume.

Como exemplo do cálculo de campo de uma distribuição contínua de carga, vamos calcular o campo elétrico a uma distância *z* sobre o eixo central de um anel fino, não condutor e uniformemente carregado com uma carga positiva *q*.



As componentes horizontais se anulam e as verticais se somam.

Como: $dq = \lambda ds$, temos:

$$dE = K_0 \frac{dq}{r^2} = K_0 \frac{\lambda ds}{r^2}$$

$$mas: r^2 = R^2 + z^2$$

$$então:$$

$$dE = K_0 \frac{\lambda ds}{R^2 + z^2}$$

Mas temos ainda: $\cos\theta = \frac{z}{r} \Rightarrow \cos\theta = \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}$ então:

$$dE\cos\theta = \frac{K_0 \lambda \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}}{R^2 + z^2} ds = \frac{K_0 \lambda z}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} ds$$

Integrando:

$$E_T = \int_0^{2\pi R} dE\cos\theta = \frac{K_0\lambda z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\int_0^{2\pi R} ds$$

$$E_T = \frac{K_0\lambda z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\left(2\pi R\right)$$

q

$$E_T = \frac{K_0\, 2\pi R\lambda\, z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$$

$$\left[E_T = \frac{K_0 q z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}} \right]$$

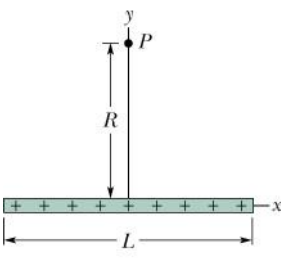
Na expressão acima, se considerarmos o caso de $z>>R$, podemos considerar que R^2+z^2 tem um valor próximo de z^2, resultando em:

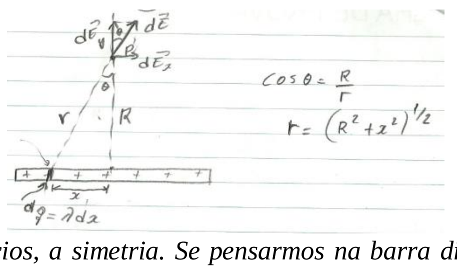
$$E_{T(z>>R)} = \frac{K_0 q z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}} = \frac{K_0 q z}{\left(z^2\right)^{3/2}} = \frac{K_0 q}{\left(z^2\right)}$$

Este resultado é razoável, já que, para $z>>R$ podemos considerar o anel como uma carga pontual. Para $z=0$ (o ponto considerado está no centro do anel) a expressão determinada anteriormente nos indica que o campo elétrico é nulo. Este resultado também é razoável, pois, se observarmos que para cada elemento de carga existente teremos outro elemento no lado oposto de maneira que os campos gerados pelos dois elementos se anulam no centro do anel.

21. Uma barra fina, não condutora, de comprimento L, tem uma carga positiva $+q$ uniformemente distribuída ao longo dela. Mostre que o módulo do campo elétrico no ponto P sobre a mediatriz da barra (como está representado na figura abaixo) é dado por:

$$E = q / [2\pi\varepsilon_o R(L^2 + 4R^2)^{½}$$





Vamos usar um recurso muito útil na resolução de exercícios, a simetria. Se pensarmos na barra dividida ao meio, percebemos que as componentes horizontais do campo elétrico, geradas por cada metade da barra, se anulam e as componentes verticais se somam.
Vamos determinar a componente vertical do campo gerado pela metade esquerda da barra.

$$dE_y = dE\cos\theta = \frac{K_0 dq}{r^2}\cos\theta = \frac{K_0\lambda dx}{r^2}\times\frac{R}{r}$$

$$dE_y = \frac{K_0\lambda R}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}dx$$

$$\int dE_y = \int_0^{L/2}\frac{K_0\lambda R}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}dx = K_0\lambda R\int_0^{L/2}\frac{1}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}dx$$

Para resolver a integral vamos usar substituição trigonométrica. Fazendo:

$$I = \int\frac{1}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}dx \qquad e\, x^2 = R^2 tg^2\theta\, e$$

$$2xdx = R^2 2tg\theta\sec^2\theta d\theta$$

$$xdx = R^2 tg\theta\sec^2\theta d\theta$$

$$x = Rtg\theta$$

$$Rtg\theta dx = R^2 tg\theta\sec^2\theta d\theta$$

$$\boxed{dx = R\sec^2\theta d\theta}$$

temos:

$$I = \int\frac{R\sec^2\theta d\theta}{\left(R^2tg^2\theta+R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = R\int\frac{\sec^2\theta d\theta}{\left(R^2tg^2\theta+R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{R^2}\int\frac{\sec^2\theta d\theta}{\left(tg^2\theta+1\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I = \frac{1}{R^2}\int\frac{\sec^2\theta d\theta}{\left(\sec^2\theta\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{R^2}\int\frac{\sec^2\theta d\theta}{\sec^3\theta} = \frac{1}{R^2}\int\frac{d\theta}{\sec\theta} = \frac{1}{R^2}\int\cos\theta d\theta$$

$$I = \frac{sen\theta}{R^2} = \frac{x}{R^2\left(x^2+R^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Portanto,

$$E_y = K_0\lambda R\left.\frac{x}{R^2\left(x^2+R^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right|_0^{L/2} \Rightarrow \boxed{E_y = \frac{K_0\lambda L}{R\left(L^2+4R^2\right)^{\frac{1}{2}}}}$$

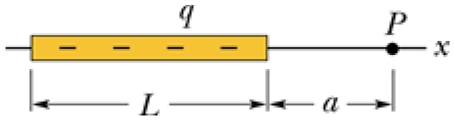
Temos que: $\lambda L = q;\ K_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

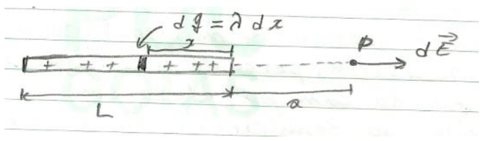
Finalmente podemos escrever: $\boxed{E_y = \dfrac{1q}{4\pi\varepsilon_0 R\left(L^2+4R^2\right)^{\frac{1}{2}}}}$.

Lembrando que E_y *é a componente vertical do campo gerado pela metade esquerda da barra. O campo resultante é:*

$$\boxed{E = 2\times E_y = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R\left(L^2+4R^2\right)^{\frac{1}{2}}}}$$

22. Uma barra fina não condutora, de comprimento *L*, tem uma carga *q* uniformemente distribuída ao longo de seu comprimento. Mostre que o campo elétrico no ponto *P*, sobre o eixo da barra, a uma distância *a* de sua extremidade é dado por: $E = q / [4\pi\varepsilon_o a(L+a)]$





$$dE = \frac{K_0 dq}{(x+a)^2} = \frac{K_0 \lambda dx}{(x+a)^2}$$

$$E = \int_0^L \frac{K_0\lambda}{(x+a)^2}\, dx = K_0\lambda \int_0^L (x+a)^{-2}\, dx$$

Calculando a integral: $u = x + a \Rightarrow du = dx$

$$I = \int_0^L (x+a)^{-2}\, dx = \int (u)^{-2}\, du = -u^{-1} = -(x+a)^{-1}$$

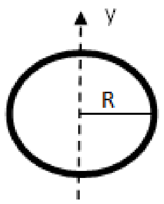
$$E = K_0\lambda\left[-(x+a)^{-1}\right]\Big|_0^L = -\frac{K_0\lambda}{L+a} + \frac{K_0\lambda}{a} = \frac{K_0\lambda L}{a(L+a)}$$

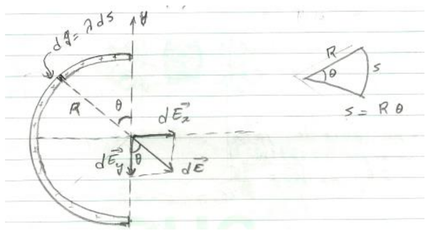
Temos que: $\lambda L = q \ e \ \mathrm{K}_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Portanto:

$$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a(L+a)}}$$

23. Uma barra fina de plástico é encurvada na forma de um círculo de raio *R*. Uma carga *+Q* está uniformemente distribuída ao longo do círculo. (a) Mostre que o campo elétrico no centro do círculo, gerado pelo semicírculo que se encontra à esquerda do eixo *y*, é dado por: $E = K_o\, Q/\pi R^2$. (observe que a carga de cada semicírculo é $+Q/2$). (b) Determine o valor do campo elétrico gerado por toda barra circular no centro do círculo.





a) *Se pensarmos no semicírculo dividido ao meio, pela simetria, percebemos que as componentes verticais do campo elétrico, gerado por cada metade do semicírculo, se anulam e as componentes horizontais se somam.*
Vamos determinar a componente horizontal do campo gerado pela metade de cima do semicírculo.

$$dE_x = dE sen\theta = \frac{K_0 dq}{(R)^2} sen\theta = \frac{K_0 \lambda ds}{(R)^2} sen\theta$$

$$s = R\theta \Rightarrow ds = Rd\theta$$

$$dE_x = \frac{K_0 \lambda R d\theta}{(R)^2} sen\theta = \frac{K_0 \lambda sen\theta d\theta}{R}$$

$$E_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{K_0 \lambda sen\theta d\theta}{R} = \frac{K_0 \lambda}{R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen\theta d\theta$$

$$E_x = \frac{K_0 \lambda}{R} \left(-\cos\theta\right)_0^{\pi/2} = \frac{K_0 \lambda}{R}$$

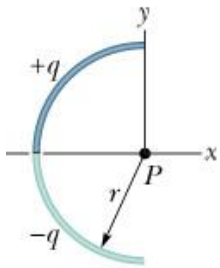
$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R} \Rightarrow E_x = \frac{K_0}{R} \frac{Q}{2\pi R} \Rightarrow \boxed{E_x = \frac{K_0 Q}{2\pi R^2}}$$

E_x é a componente horizontal do campo elétrico gerado pela metade superior do semicírculo. O campo resultante é:

$$\boxed{E = 2 \times E_x = \frac{K_0 Q}{\pi R^2}}$$

b) *Devemos observar, pela simetria, que o campo resultante neste caso será nulo.*

24. Uma barra fina de vidro é encurvada na forma de um semicírculo de raio *r*. uma carga $+q$ está uniformemente distribuída ao longo da metade superior e uma carga $-q$ está uniformemente distribuída ao longo da metade inferior, como mostra a figura abaixo. Determine o campo elétrico $\vec{E}$ em *P*, no centro do semicírculo.



Para a metade superior:

$$dE^+ = K_0 \frac{dq}{r^2} = K_0 \frac{\lambda dl}{r^2}$$

onde $\lambda = \dfrac{Q}{\left(\dfrac{2\pi r}{4}\right)} = \dfrac{2Q}{\pi r}$ e $dl = rd\theta$. Portanto:

$$dE^+ = K_0 \frac{\frac{2Q}{\pi r} rd\theta}{r^2} = K_0 \frac{2Q}{\pi r^2} d\theta$$

o módulo da componente vertical do campo total positivo é, portanto:

$$E_y^+ = \int dE_x^+ = \int dE^+ \cos\theta = \int_0^{\pi/2} K_0 \frac{2Q}{\pi r^2} \cos\theta d\theta$$

$$E_y^+ = K_0 \frac{2Q}{\pi r^2} [sen\theta]\Big|_0^{\pi/2} \Rightarrow E_y^+ = K_0 \frac{2Q}{\pi r^2}$$

Analogamente:

$$E_y^- = \int dE_y^- = \int dE^+ sen\theta = \int_0^{\pi/2} K_0 \frac{2Q}{\pi r^2} sen\theta d\theta$$

$$E_y^- = K_0 \frac{2Q}{\pi r^2} [-\cos\theta]\Big|_0^{\pi/2} \Rightarrow E_y^- = K_0 \frac{2Q}{\pi r^2}$$

usando a simetria do problema vemos facilmente que as componentes horizontais cancelam-se enquanto que as verticais reforçam-se. Assim sendo, o módulo do compo total é simplesmente:

$\boxed{E = 2E_y = \dfrac{4K_0 Q}{\pi r^2}}$ com o vetor correspondente apontando para baixo.

---

25. Na experiência de Millikan, uma gota de raio $1{,}64 \times 10^{-6}$ *m* e densidade de $0{,}851$ *g/cm*^{3} fica suspensa na câmara inferior quando o campo elétrico aplicado tem módulo igual a $1{,}92 \times 10^5$ *N/C* e aponta verticalmente para baixo. Determine a carga da gota em termos de *e*.

Para a gota estar em equilíbrio é necessário que a força gravitacional esteja contrabalançada pela força eletrostática associada ao campo elétrico, ou seja, é preciso ter $mg = qE$, onde m é a massa da gota, q é a carga sobre a gora e E é a magnitude do compo elétrico no qual a gota está imersa.

A massa da gota é dada por $m = V\rho = \left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\right)\rho,$ com isso temos:

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\rho g}{E} = \frac{4\pi r^3 \rho g}{3E} = \frac{4\pi \times \left(1,64\times 10^{-6}\right)\times\left(851\right)\times 9,8}{3\times 1,92\times 10^{5}}$$

$$\boxed{q = 8,0\times 10^{-19} C}$$

e, portanto,

$$n = \frac{q}{e} = \frac{8,0\times 10^{-19}}{1,6\times 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{n = 5} \Rightarrow \text{ ou seja, } \boxed{q = 5e}$$