Câmpus
Anápolis de Ciências
Exatas e Tecnológicas
Henrique Santillo

Universidade
Estadual de Goiás

FÍSICA III

NOTA DE AULA II

Goiânia - 2019

ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA E POTENCIAL ELÉTRICO

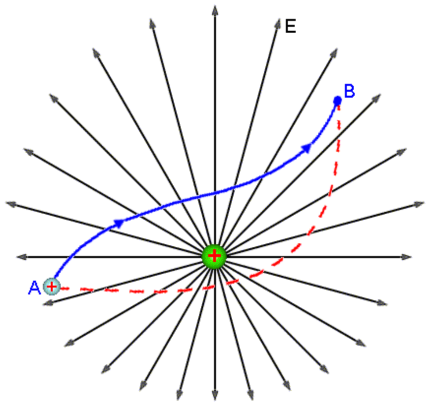
Se a função energia potencial de um corpo tiver o valor U_A, quando o corpo estiver num ponto *A*, e o valor U_B, quando ele está num ponto *B*, então, o trabalho W_{AB}, realizado sobre o corpo durante o deslocamento de *A* para *B*, é dado por

$$W_{AB} = U_A - U_B = -(U_B - U_A)$$

A energia potencial de uma partícula carregada, colocada em um campo elétrico, depende da intensidade de carga da partícula. O potencial elétrico é uma grandeza escalar representado pela letra *V*:

$$V = \frac{U}{q} \Rightarrow U = qV$$

Quando um campo elétrico realiza um trabalho W_{AB} sobre uma carga de prova *q*, que se desloca de um ponto *A* para um ponto *B*, a diferença de potencial (ou voltagem) V_{BA} é dada por:



$$V_{BA} = \frac{(U_B - U_A)}{q} \Rightarrow V_B - V_A = -\frac{W_{AB}}{q} \Rightarrow W_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Onde:

$V_A \rightarrow$ é o potencial elétrico no ponto *A*.

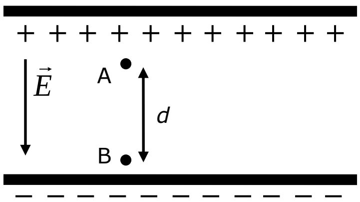
$V_B \rightarrow$ é o potencial elétrico no ponto *B*.

Unidade de potencial elétrico no SI:

1 joule / coulomb = 1 volt = 1 V

O potencial elétrico pode nos parecer uma grandeza abstrata, porém quando pensamos na sua unidade (volt) percebemos que esta grandeza está constantemente relacionada ao nosso cotidiano. É comum citarmos que os aparelhos de nossa residência estão ligados a uma diferença de potencial (voltagem) de *220 V*.

VOLTAGEM EM UM CAMPO ELÉTRICO UNIFORME



A diferença de potencial entre os pontos A e B é dada por

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} \text{ , mas, } W_{AB} = Fd \text{ , onde , } F = qE \quad \Rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{qEd}{q} \Rightarrow V_A - V_B = Ed$$

Onde:

$V_{AB} \rightarrow$ é a ddp entre os pontos *A* e *B*.

$E \rightarrow$ é o campo elétrico uniforme.

Deve-se observar, entretanto, que a distância d entre os dois pontos deve ser tomada na direção paralela ao vetor $\vec{E}$.

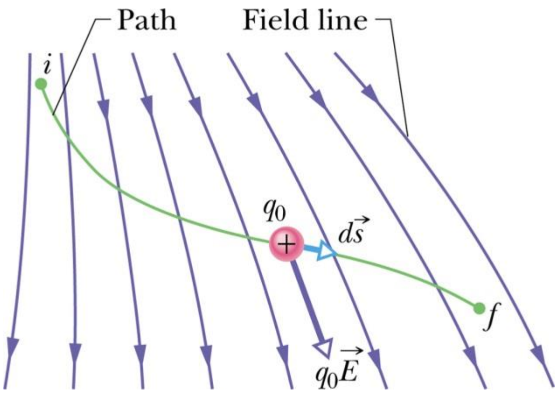
OUTRA UNIDADE DE CAMPO ELÉTRICO:

volt /metro (V / m)

temos que : 1 V /m = 1 N / C

CÁLCULO DO POTENCIAL A APARTIR DO CAMPO ELÉTRICO

Se o vetor campo elétrico for conhecido em todos os pontos de uma trajetória que liga dois pontos, é possível usar o campo elétrico para calcular a diferença de potencial entre estes dois pontos.



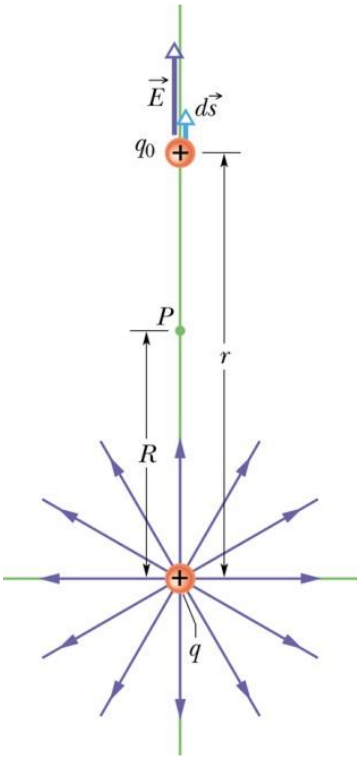
Devemos realizar trabalho para a carga ir de *i* até *f*.

Com isso temos:

$$dW = \vec{F}.d\vec{r} = q_o\vec{E}.d\vec{r}$$
$$\int dW = \int q_o\vec{E}.d\vec{r}$$
$$W = q_o\int \vec{E}.d\vec{r}$$
$$\frac{W}{q_o} = V_f - V_i = -\int \vec{E}.d\vec{r}$$

POTENCIAL ELÉTRICO NO CAMPO DE UMA CARGA PONTUAL

Demonstração da expressão usada para calcular o potencial elétrico criado por uma carga pontual.

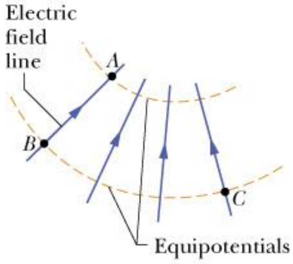


$$\vec{E}.d\vec{s} = E\cos\theta dr$$
$$V_f - V_i = -\int \vec{E}.d\vec{r} = -\int E\cos\theta dr$$
$$\underbrace{V_\infty}_{=0} - \underbrace{V_R}_{=V} = -\int_R^\infty E\overbrace{\cos\theta}^{=1} dr$$

$$V = \int_R^\infty Edr = \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}dr$$
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left.\frac{r^{-2+1}}{(-2+1)}\right|_R^\infty$$
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{R}$$
$$trocando: R \to r$$
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}}$$

Lembrando que uma partícula de carga positiva produz um potencial elétrico positivo, já uma partícula de carga negativa, produz um potencial elétrico negativo.

1. Na figura abaixo, quando um elétron se desloca de *A* até *B* ao longo de uma linha de campo elétrico, esse campo realiza um trabalho de $3{,}94x10^{-19}$ *J*. Quais são as diferenças de potencial elétrico (a) $V_A - V_B$; (b) $V_C - V_A$; (c) $V_C - V_B$.



$$q = -1{,}6 \times 10^{-19} C$$
$$T_{AB} = 3{,}94 \times 10^{-19} J$$

a)
$$V_A - V_B = -\frac{T_{AB}}{q}$$
$$V_A - V_B = -\frac{3{,}94 \times 10^{-19}}{-1{,}6 \times 10^{-19}} = \boxed{2{,}46V}$$

b) *Os pontos B e C estão numa mesma equipotencial, portanto,*

c) $V_C = V_B \;\; V_C - V_A = V_B - V_A = \boxed{-2{,}46V}$

d) $Como \;\; V_C = V_B \Rightarrow \boxed{V_B - V_C = 0}$

2. Duas grandes placas condutoras, paralelas entre si e afastadas por uma distância de 12 cm, têm cargas de mesmo valor absoluto e de sinais opostos nas faces que se defrontam. Um elétron colocado em um ponto entre as duas placas sofre uma força eletrostática de $3{,}9 \times 10^{-15}$ N. Desprezando o efeito de borda, ou seja, considerando o campo uniforme em todos os pontos entre as placas, determine (a) o valor do campo elétrico no ponto onde se encontra o elétron, e (b) o valor da diferença de potencial entre as placas.

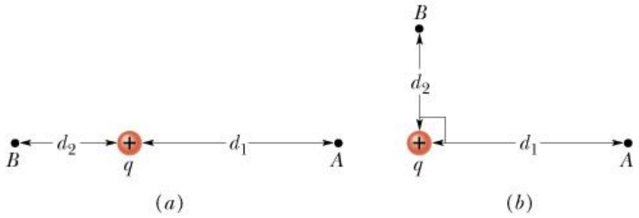
$$q = -1{,}6 \times 10^{-19} C$$
$$F = 3{,}9 \times 10^{-15} N$$

a) $F = |q| E \Rightarrow E = \frac{F}{|q|} = \frac{3{,}9 \times 10^{-15}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 2{,}44 \times 10^4 N/C$

b) $V_A - V_B = Ed = 2{,}44 \times 10^4 \times 0{,}12$

$V_{AB} = 2{,}93 \times 10^3 V$

3. Considere uma carga puntiforme q = + 1,0μC e dois pontos B e A que distam, respectivamente, 1,0 m e 2,0 m da carga. (a) Tomando tais pontos diametralmente opostos, como mostra a figura abaixo. Qual é a diferença de potencial $V_a - V_b$? (b) Repita o item (a) considerando os pontos A e B localizados como mostra a Fig. 10b. *R: a)* $V_{AB} = -4{,}5 \cdot 10^3\ V$ *b)* $V'_{AB} = -4{,}5 \cdot 10^3\ V$



$$q = 1{,}0\mu C$$

$$a)$$

$$\left.\begin{aligned} V_A &= k\frac{q}{r} = 8{,}99x10^9\,\frac{1{,}0x10^{-6}}{2} = 4500V \\ V_B &= k\frac{q}{r} = 8{,}99x10^9\,\frac{1{,}0x10^{-6}}{1} = 9000V \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta V = V_A - V_B = 4500 - 9000 = -4500V$$

$$b) mesmo\_valor$$

POTENCIAL DEVIDO A UM GRUPO DE CARGAS PONTUAIS

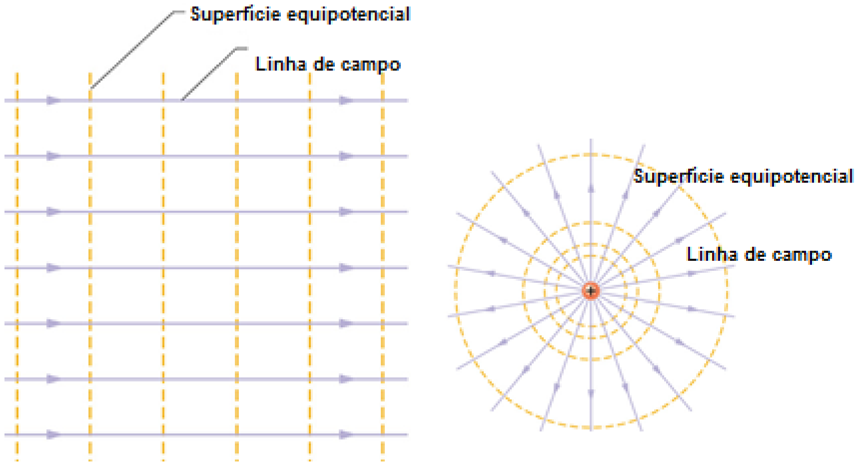
Para calcularmos o potencial elétrico estabelecido por várias cargas pontuais em um dado ponto, devemos calcular o potencial estabelecido por cada carga neste ponto e em seguida devemos somar algebricamente estes potenciais. Sendo r_i a distância da carga q_i até o ponto considerado temos que:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

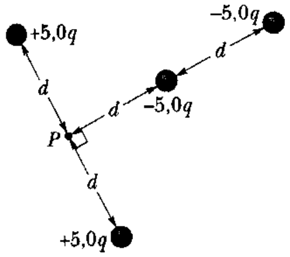
SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS

As superfícies equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de campo elétrico. Esta propriedade é útil para desenhar as linhas de campo quando temos as superfícies equipotenciais ou para desenhar as equipotenciais quando temos as linhas de campo elétrico.

Nas figuras estão representadas as linhas de campo e as equipotenciais para dois casos, campo uniforme e carga pontual.



4. Na figura abaixo, qual o potencial resultante no ponto P devido às quatro cargas pontuais, se $V = 0$ no infinito?

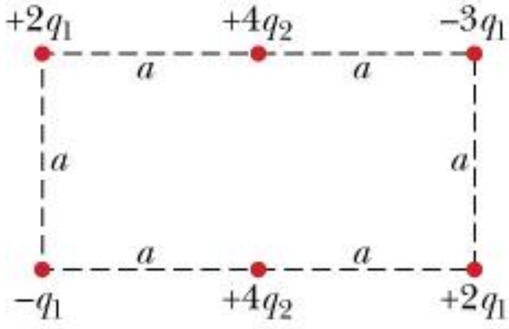


$$\left.\begin{aligned} V_1 &= K_o \frac{q_1}{r_1} = K_o \frac{5q}{d} \\ V_2 &= K_o \frac{q_2}{r_2} = K_o \frac{5q}{d} \\ V_3 &= K_o \frac{q_3}{r_3} = K_o \frac{-5q}{d} \\ V_4 &= K_o \frac{q_4}{r_4} = K_o \frac{-5q}{2d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_T = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = K_o \frac{5q}{d} + K_o \frac{5q}{d} + K_o \frac{-5q}{d} + K_o \frac{-5q}{2d}$$

$$V_T = K_o \frac{q}{d}\left(5+5-5-\frac{5}{2}\right)$$

$$\boxed{V_T = K_o \frac{q}{d}(2,5)}$$

5. A figura a seguir mostra um arranjo retangular de partículas carregadas mantidas fixas no lugar, com *a = 39,0 cm* e as cargas indicadas como múltiplos inteiros de $q_1 = 3{,}40\ pC$ e $q_2 = 6{,}00\ pC$. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico no centro do retângulo? (*sugestão:* Examinando o problema com atenção é possível reduzir consideravelmente os cálculos).



$$q_1 = 3,4pC = 4,1\times 10^{-12}C$$

$$q_2 = 6,0pC = 6,0\times 10^{-12}C$$

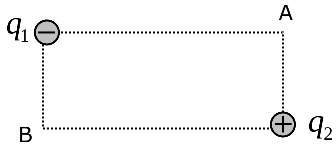
$$a = 39cm = 0,39m$$

Sendo d a distância entre cada carga do vértice e o centro do retângulo, temos que:

$$V_p = K_0\left(\frac{q}{d}\right) = K_0\left(\frac{2q_1}{d} + \frac{4q_2}{a/2} - \frac{3q_1}{d} + \frac{2q_1}{d} + \frac{4q_2}{a/2} - \frac{q_1}{d}\right)$$

$$V_p = K_0\left(\frac{16q_2}{a}\right) = 9\times 10^9 \times \left(\frac{16\times 6\times 10^{-12}}{0,39}\right) = 2,22V$$

6. No retângulo da figura abaixo, os lados possuem comprimentos de 5,0 cm e 15 cm, q_1 = -5,0μC e q_2 = +2,0μC. Com V = 0 no infinito, quais os potenciais elétricos (a) no vértice *A* e (b) no vértice B? (c) Qual o trabalho realizado pela força elétrica para mover uma terceira carga q_3 = +3,0μC de B para A ao longo de uma diagonal do retângulo? Este trabalho é maior, menor ou o mesmo exigido se q_3 for movida ao longo de trajetórias que estejam (d) dentro do retângulo, mas não sobre uma diagonal, e (e) fora do retângulo? *R: a) +6,0 x 10^4 V; b) – 7,8 x 10^5 V; c) -2,5 J; d) o mesmo; e) o mesmo.*



$q_1 = -5\mu C$

$q_1 = +2\mu C$

$a)$

$$V_A = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 8,99x10^9\left(\frac{-5x10^{-6}}{15x10^{-2}} + \frac{2x10^{-6}}{5x10^{-2}}\right)$$

$$\left[V_A = 6x10^4 V\right]$$

$b)$

$$V_B = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 8,99x10^9\left(\frac{-5x10^{-6}}{5x10^{-2}} + \frac{2x10^{-6}}{15x10^{-2}}\right)$$

$$\left[V_A = -7,8x10^5 V\right]$$

$c)$

$$V = \frac{U}{q} \Rightarrow \Delta U = U_f - U_i = -W$$

então:

$$\left(V_f - V_i\right)q = -W$$

$$W = -\left(6x10^4 - \left(-7,8x10^5\right)\right) = \boxed{-2,52J}$$

$c)$*mesmo*

$d)$*mesmo*

POTENCIAL DE UM CONDUTOR ISOLADO

Uma carga em excesso colocada sobre um condutor isolado se distribuirá sobre a superfície desse condutor de modo que todos os pontos do condutor atinjam o mesmo potencial.

O potencial elétrico a uma distância r do centro de um condutor esférico de raio R é dado por: (o potencial foi considerado nulo no infinito)

$$V = \frac{K_o Q}{R}, \text{ para } r \leq R$$

$$V = \frac{K_o Q}{r}, \text{ para } r > R$$

7. Quais são (a) a carga e (b) a densidade de carga sobre a superfície de uma esfera condutora de raio 0,15 m, cujo potencial é de 200 V (com V = 0 no infinito)?

$$a)\, V = K_o \frac{q}{R} \Rightarrow q = \frac{V \times R}{K_o} = \frac{200 \times 0{,}15}{9 \times 10^9} \Rightarrow \boxed{q = 3{,}33 \times 10^{-9} C}$$

$$b)\, \sigma = \frac{q}{a} = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{3{,}33 \times 10^{-9}}{4\pi (0{,}15)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma = 1{,}18 \times 10^{-8} C / m^2}$$

8. Dois condutores esféricos, A e B, de raios R_A = R e R_B = 2R estão isolados e distantes um do outro. As cargas das duas esferas são de mesmo sinal e a densidade superficial de carga de A é duas vezes maior do que a de B. Ligando-se as duas esferas por meio de um fio condutor, verifique se haverá passagem de carga de uma para outra. Explique.

$$R_A = R$$
$$R_B = 2R$$
$$\sigma_A = 2\sigma_B$$

Quando as esferas forem ligadas, só haverá passagem de carga de uma para a outra se existir uma diferença de potencial entre elas.

Vamos determinar o potencial de cada esfera.

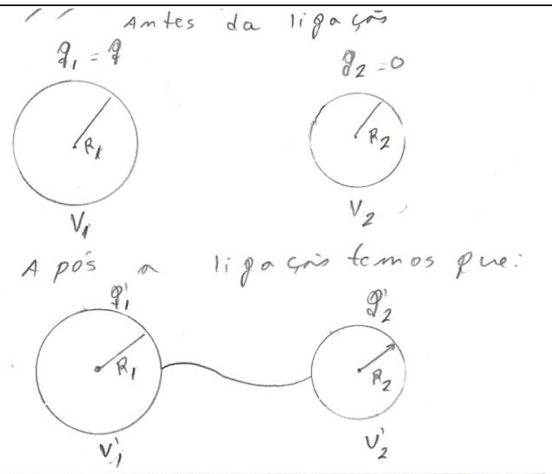
$$V_A = K_o \frac{q_A}{R_A} = K_o \frac{\sigma_A A_A}{R_A} = K_o \frac{\sigma_A 4\pi R_A^2}{R_A} \Rightarrow \boxed{V_A = \sigma_A 4\pi K_o R_A}$$

De maneira semelhante

$$V_B = K_o \frac{q_B}{R_B} = K_o \frac{\sigma_B A_B}{R_B} = K_o \frac{\sigma_B 4\pi R_B^2}{R_B} \Rightarrow \boxed{V_B = \sigma_B 4\pi K_o R_B}$$

Sendo: $R_B = 2R$ *e* $\frac{\sigma_A}{2} = \sigma_B$, *podemos verificar que* $V_A = V_B$, *portanto não haverá passagem de cargas entre elas.*

9. Considere duas esferas condutoras, 1 e 2 separadas por uma grande distância, a segunda tendo o dobro do diâmetro da primeira. A esfera menor possui inicialmente uma carga positiva *q* e a maior está inicialmente descarregada. Agora você liga as esferas com um fio fino e longo. (a) Como estão relacionados os potenciais finais V_1 e V_2 das esferas? (b) Quais as cargas finais q_1 e q_2 sobre as esferas, em termos de *q*? (c) Qual a relação entre a densidade superficial de carga final da esfera 1 e 2?



$R_1 = 2R_2$

a) *Após a ligação, haverá passagem de cargas entre elas até que atinjam o mesmo potencial, portanto,* $V_1' = V_2'$.

b) *Temos que:*

$V_1' = V_2'$

$$K_o \frac{q_1'}{R_1} = K_o \frac{q_2'}{R_2} \Rightarrow K_o \frac{q_1'}{2R_2} = K_o \frac{q_2'}{R_2} \Rightarrow \boxed{q_1' = 2q_2'}$$

Podemos usar a conservação das cargas, ou seja, a soma algébrica das cargas das duas esferas, antes e após a ligação, são iguais.

$q_1 + q_2 = \boxed{q_1' + q_2' = q}$. *Temos agora um sistema formado por duas equações:*

$$2q_2' + q_2' = q \Rightarrow 3q_2' = q \Rightarrow \boxed{q_2' = \frac{q}{3}}$$

$$q_1' = 2q_2' \Rightarrow \boxed{q_1' = \frac{2q}{3}}$$

c)

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{\frac{q_1'}{A_1}}{\frac{q_2'}{A_2}} = \frac{q_1'}{A_1}\frac{A_2}{q_2'} = \frac{q_1'}{4\pi R_1^2}\frac{4\pi R_2^2}{q_2'} = \frac{\frac{2q}{3}R_2^2}{R_1^2\frac{q}{3}}$$

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{2R_2^2}{R_1^2} = \frac{2R_2^2}{\left(2R_2\right)^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{1}{2}}$$

10. Uma gota esférica de água transportando uma carga de 30 pC tem um potencial de 500 V em sua superfície (com V = 0 no infinito). (a) Qual é o raio da gota? (b) se duas gotas iguais a esta, com a mesma carga e o mesmo raio, juntarem para constituir uma única gota esférica, qual será o potencial na superfície da nova gota?

$q = 30\,pC = 30\times10^{-12}C$

$V = 500V$

a) $V = \dfrac{K_o q}{R} \Rightarrow R = \dfrac{K_o q}{V} = \dfrac{9\times10^{9}\times30\times10^{-12}}{500} \Rightarrow \boxed{R = 5,4\times10^{-4}m}$

b) Vamos calcular a carga e o raio da nova gota: $q' = 2q = 2\times30\times10^{-12} = 60\times10^{-12}C$

Para calcular o raio da nova gota vamos usar a condição de que seu volume será o dobro do volume de cada uma das gotas.

$$V' = 2V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi\left(R'\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(R\right)^3 \Rightarrow R' = \sqrt[3]{2}R$$

$$R' = \sqrt[3]{2}\times5,4\times10^{-4} \Rightarrow R' = 6,8\times10^{-4}m$$

$$V' = \frac{K_o q'}{R'} = \frac{9\times10^9\times60\times10^{-12}}{6,8\times10^{-4}}$$

$$\boxed{V' = 794,12V}$$

11. Considere duas esferas condutoras de raios R_1 = 14 cm e R_2 = 16 cm, separadas por uma distância muito grande. Inicialmente a esfera menor tem uma carga q_1 = 7 μC e a esfera maior uma carga q_2 = 2 μC. As esferas são ligadas por um fio longo e fino. Determine o valor da carga final de cada uma das esferas após ser atingido o equilíbrio eletrostático.

$R_1 = 14cm \qquad q_1 = 7\mu C$

$R_2 = 16cm \qquad q_2 = 2\mu C$

Após a ligação haverá passagem de carga entre elas até que atinjam o mesmo potencial elétrico.

Após o equilíbrio os potenciais serão iguais, portanto, sendo q e q' *as cargas finais, temos que:*

$$V_1' = V_2' \Rightarrow \frac{K_o q_1'}{R_1} = \frac{K_o q_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1'}{14} = \frac{q_2'}{16} \Rightarrow \boxed{q_1' = \frac{14}{16}q_2'}$$

Pela conservação das cargas, a soma algébrica das cargas antes da ligação e após a ligação tem o mesmo valor.

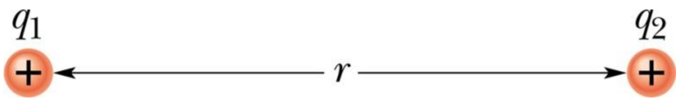
$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' \Rightarrow 7 + 2 = q_1' + q_2' \Rightarrow q_1' + q_2' = 9\mu C$$

$$\frac{14}{16}q_2' + q_2' = 9 \Rightarrow \boxed{q_2' = 4,8\mu C}$$

$$q_1' = \frac{14}{16}\times4,8 \Rightarrow \boxed{q_1' = 4,2\mu C}$$

ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA DE UM SISTEMA DE CARGAS PONTUAIS

A energia potencial elétrica de um sistema de cargas pontuais fixas é igual ao trabalho que deve ser executado por um agente externo para reunir o sistema, trazendo cada uma das cargas de uma distância infinita. Para o caso de duas cargas pontuais temo:



$$W = q_2 V = q_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r} = \frac{q_2 q_1}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$W = U = \frac{q_2 q_1}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$\begin{cases} \text{quando os sinais das cargas } q_1 \text{ e } q_2 \text{ forem iguais} \Rightarrow W > 0 \\ \text{quando os sinais das cargas } q_1 \text{ e } q_2 \text{ forem contrários} \Rightarrow W < 0 \end{cases}$$

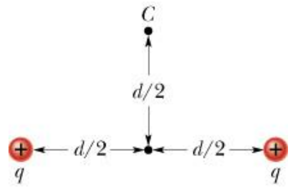
12. (a) Qual a energia potencial elétrica de um sistema formado por dois elétrons separados por uma distância de 2 nm? (b) Se a distância entre os elétrons diminuir, a energia potencial elétrica do sistema aumente ou diminui?

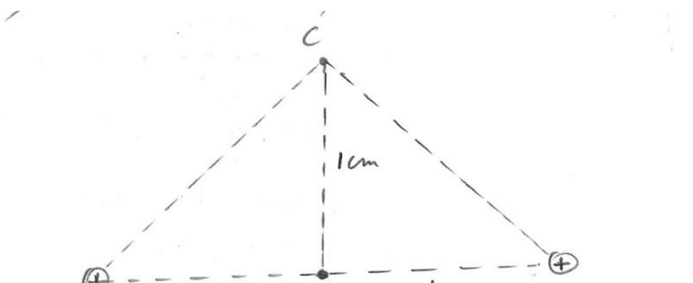
a) $$u = K_o \frac{q_1 q_2}{d} = \frac{9\times10^9\left(-1,6\times10^{-19}\right)\times\left(-1,6\times10^{-19}\right)}{2\times10^{-9}}$$

$$\boxed{u = 1,15\times10^{-19}\,J}$$

b) Aumenta.

13. Duas cargas *q = +2,0μC* são mantidas fixas a uma distância *d = 20 cm* uma da outra conforme figura abaixo. (a) Com *V = 0* no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto *C*? (b) Qual é o trabalho necessário para deslocar uma terceira carga *q = +2,0μC* do infinito até o ponto *C*? (c) Qual é a energia potencial *U* da nova configuração?





a) Cálculo da distância entre cada carga e o ponto C.

$$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41cm = 1,41\times10^{-2}\,m$$

O potencial no ponto C é gerado pelas duas cargas $(q_1 \text{ e } q_2)$.

$$V_C = K_o \frac{q_1}{d_1} + K_o \frac{q_2}{d_2} \Rightarrow V_C = K_o\left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2}\right) = 9\times10^9\left(\frac{2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}}\right)$$

$$\boxed{V_C = 2,55\times10^6 V}$$

b) O trabalho realizado por um agente externo será:

$$\mathrm{T}_{\infty C} = q_3\left(V_C - \underbrace{V_\infty}_{=0}\right) \Rightarrow \mathrm{T}_{\infty C} = 2\times10^{-6}\times 2,55\times10^{6}V$$

$$\boxed{\mathrm{T}_{\infty C} = 5,1J}$$

c) Para um sistema formado por três cargas puntiformes, a energia potencial é dada por:

$$u = K_o\frac{q_1q_2}{d_{12}} + K_o\frac{q_1q_3}{d_{13}} + K_o\frac{q_2q_3}{d_{23}}$$

$$u = K_o\left\{\frac{q_1q_2}{d_{12}} + \frac{q_1q_3}{d_{13}} + \frac{q_2q_3}{d_{23}}\right\}$$

$$u = 9\times10^{9}\left\{\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{2\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{1,41\times10^{-2}}\right\}$$

$$\boxed{u = 6,9J}$$

POTENCIAL PRODUZIDO POR UMA DISTRIBUIÇÃO CONTÍNUA DE CARGAS

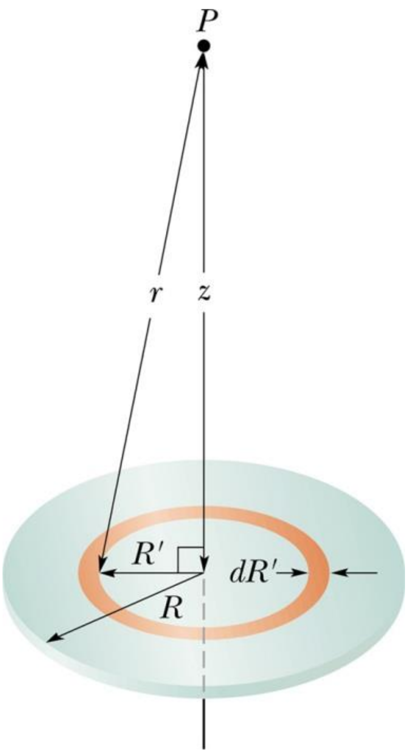
Nestes casos devemos escolher um elemento de carga *dq*, calcular o potencial *dV* produzido por *dq* no ponto considerado e integrar para toda a distribuição de cargas.

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{r}(dq > 0 \ ou \ dq < 0)$$

Então: $V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int\frac{dq}{r}$

Como exemplo com distribuição contínua de carga, vamos determinar o potencial elétrico a uma distância *z* sobre o eixo central de um disco de plástico de raio R, fino e uniformemente carregado com uma densidade superficial de carga σ.

Disco carregado.



$$dq = \sigma\left(2\pi R'\right)dR'$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\sigma\left(2\pi R'\right)dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sigma 2\pi\int\frac{R'dR'}{\sqrt{z^2 + \left(R'\right)^2}}$$

fazendo: $z^2 + \left(R'\right)^2 = u$ e $2R'dR' = du$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sigma 2\pi\int\frac{\frac{du}{2}}{\sqrt{u}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sigma 2\pi\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\frac{1}{2}\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\left(z^2 + \left(R'\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\Bigg|_0^R$$

$$\boxed{V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\left(\sqrt{\left(z^2 + R^2\right)} - z\right)}$$

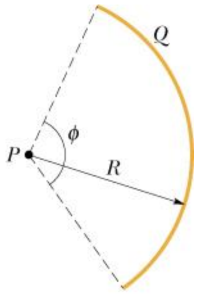
Cálculo do campo elétrico a partir do potencial

Para determinarmos o campo elétrico a partir do potencial usamos o fato de que: A componente do vetor campo elétrico em qualquer direção do espaço é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico com a distância nessa direção.

Em uma notação mais rigorosa usaríamos um operador denominado de gradiente, não sendo este o objetivo, vamos apenas indicar a relação das componentes do campo elétrico nos eixos *x*, *y* e *z* com as derivadas parciais do potencial elétrico para os eixos considerados.

$$\left.\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}}$$

14. Na figura abaixo, uma barra de plástico com um carga uniformemente distribuída $Q = -25{,}6\ pC$ tem a forma de um arco de circunferência de raio $R = 3{,}71\ cm$ e ângulo central $\Phi = 120^o$. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto *P*, o centro de curvatura da barra?

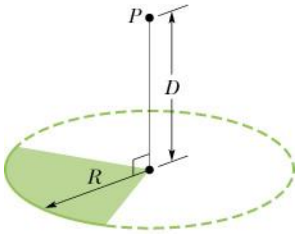


$$dV = \frac{k_o dq}{R} \Rightarrow \int dV = \int \frac{k_o dq}{R} \Rightarrow V = \int_0^Q \frac{k_o dq}{R}$$

$$V = \left.\frac{k_o dq}{R}\right|_0^Q = \frac{9\times10^9\left(-25,6\times10^{-12}\right)}{3,71\times10^{-2}}$$

$$\boxed{V = -6,2V}$$

15. Um disco de plástico de raio *R = 64,0 cm* é carregado na face superior com uma densidade superficial de cargas uniforme *σ = 7,73 fC/m²* e, em seguida, três quadrantes do disco são removidos. A figura abaixo mostra o quadrante remanescente. Com *V = 0* no infinito, qual é o potencial produzido pelo quadrante remanescente no ponto *P*, que está sobre o eixo central do disco original a uma distância *D = 25,9 cm* do centro do disco original?



$$R = 64cm$$

$$\sigma = 7,73\,fC/m^2$$

$$D = 25,9cm$$

Por simetria, percebemos que o potencial elétrico gerado por cada um dos quatro quadrantes do disco tem o mesmo valor para o ponto P considerado; Portanto, devemos dividir o potencial gerado pelo disco no ponto P por 4 (este potencial já foi calculado).

$$V_P = \frac{V_{disco}}{4} = \frac{\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\left(\sqrt{D^2+R^2}-D\right)}{4}$$

$$V_P = \frac{\frac{7,73\times10^{-15}}{2\times8,85\times10^{-12}}\left(\sqrt{\left(25,9\times10^{-2}\right)^2+\left(647\times10^{-2}\right)^2}-25,9\times10^{-2}\right)}{4}$$

$$\boxed{V_p = 4,71\times10^{-5}V}$$

CAPACITORES

Um capacitor (ou condensador) é constituído por dois condutores separados por um isolante, onde os condutores são chamados de armaduras (ou placas do capacitor) e o isolante é o dielétrico do capacitor. Quando um capacitor está carregado, cada uma das duas placas contêm cargas de mesmo módulo e sinais oposto (+q e –q). Energia pode ser armazenada como energia potencial em um campo elétrico, e um capacitor é um dispositivo que pode ser usado para isso.

Costuma-se dar nome aos capacitores de acordo com a forma de suas placas, como exemplo, temos o capacitor plano, o capacitor cilíndrico, o capacitor esférico.

Símbolo do capacitor

Capacitância de capacitor

A capacitância, C, de um capacitor pode ser definida como a razão entre a carga q de qualquer dos condutores e o módulo da diferença de potencial, V, entre os condutores. Para um determinado capacitor esta razão permanece constante.

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q = VC$$

onde :

C = é a capacitância do capacitor

q = é a carga de uma das armaduras do capacitor

V = é a diferença de potencial entre as placas do capacitor

Unidade de capacitância no S.I.

A unidade de capacitância (S.I) é o Coulomb por Volt. Esta unidade é chamada de farad (F), em homenagem ao Físico britânico Michael Faraday

coulomb / volt = farad (F)

Observação:

O farad é uma unidade muito grande, por isso usamos constantemente seus submúltiplos:

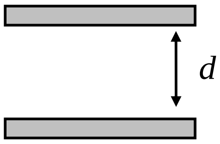
$$\mu F = microfarad = 10^{-6} F$$
$$nF = nanofarad = 10^{-9} F$$
$$pF = picofarad = 10^{-12} F$$

Capacitor de Placas Paralelas

O tipo mais comum de capacitor consiste em duas placas condutoras e paralelas, separadas por uma distância pequena em relação às dimensões da placa. Se as placas estiverem suficientemente próximas podemos desprezar a deformação do campo elétrico próximo às bordas das placas, e o campo elétrico entre as placas pode ser considerado uniforme.

A capacitância de um capacitor de placas paralelas depende diretamente da área das placas e inversamente da distância de separação entre elas, sendo dada por:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$



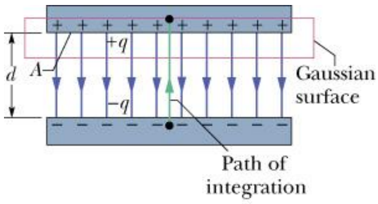
onde :

A = é a área da superfície das placas

d = é a distância entre as placas

No vácuo, temos que: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C}^2 / Nm^2$

Vamos demonstrar a expressão da capacitância de um capacitor de placas paralelas.



Pela Lei de Gauss, temos o campo elétrico entre as placas como:

$$\varepsilon_o \oint \vec{E}.d\vec{A} = q \Rightarrow \varepsilon_o EA = q$$

$$E = \frac{q}{A\varepsilon_o}$$

A diferença de potencial entre as placas é dada por: $V_f - V_i = -\int_{i=0}^{f=d} \vec{E}.d\vec{r}$

Vamos tomar o caminho da placa negativa para a placa positiva e adotar o $V_f = 0$, então:

$$V_f = \int_{-}^{+} Edr$$

Como $V = Ed$ e $E = \dfrac{q}{A\varepsilon_o}$, temos:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{Ed} = \frac{\cancel{q}}{\frac{\cancel{q}}{A\varepsilon_o}d}$$

$$\left[C = \frac{A\varepsilon_o}{d}\right]$$

16. Um capacitor de placas paralelas possui placas circulares de raio 8,2 cm e separação 1,3 mm. (a) Calcule sua capacitância. (b) Que carga aparecerá sobre as placas se a diferença de potencial aplicada for de 120 V?

$r = 8,2cm$

$d = 1,3mm$

$V = 120V$

$a)$

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d} = 8,85x10^{-12}\,\frac{\pi\left(8,2x10^{-2}\right)^2}{1,3x10^{-3}} = \boxed{143,73\times10^{-12}F}$$

$b)$

$$q = CV = 143,73x10^{-12}F\times120 = \boxed{17,25\times10^{-9}C}$$

17. Sejam duas placas metálicas planas, cada uma de área 1,00 m2, com as quais desejamos construir um capacitor de placas paralelas. Para obtermos uma capacitância de 1,00 F, qual deverá ser a separação entre as placas? Será possível construirmos tal capacitor?

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d} \Rightarrow d = \frac{\varepsilon_o A}{C} = \frac{8,85\times10^{-12}\cdot1,0}{1,0}$$

$$\boxed{d = 8,85\times10^{-12}m}$$

18. Duas placas paralelas de folha de alumínio têm uma separação de 1,0 mm, uma capacitância de 10 pF e estão carregadas a 12 V. (a) Calcule a área da placa. Mantendo-se a carga constante, diminuímos a separação entre as placas de 0,10 mm. (b) Qual é a nova capacitância? (c) De quanto varia a diferença de potencial?

a)

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\varepsilon_o} = \frac{10,0\times10^{-12}\cdot1,0\times10^{-3}}{8,85\times10^{-12}}$$

$$\boxed{A = 1,13\times10^{-3}m^2}$$

b)

$$C' = \frac{\varepsilon_o A}{d'} \Rightarrow C' = \frac{8,85\times10^{-12}\cdot1,13\times10^{-3}}{0,9\times10^{-3}}$$

$$\boxed{C' = 1,11\times10^{-11}F}$$

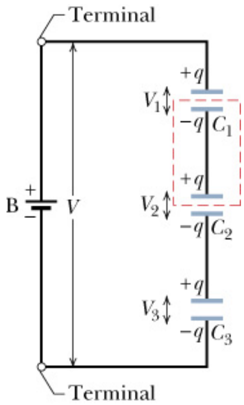
$$q = C'V' \Rightarrow V' = \frac{q}{C'} = \frac{CV}{C'} = \frac{10,0\times10^{-12}\cdot 12}{11,1\times10^{-12}}$$

c) $\boxed{V' = 10,81V}$

$$\Delta V = 12 - 10,81 \Rightarrow \boxed{\Delta V = 1,19V}$$

Associação de capacitores em série

Numa associação de capacitores em série, a placa negativa de um capacitor está ligada à placa positiva do seguinte. Sendo que, se uma diferença de potencial V for aplicada em uma associação de capacitores em série, a carga *q* armazenada é a mesma em cada capacitor da associação e a soma das diferenças de potencial aplicada a cada capacitor é igual à diferença de potencial V aplicada na associação. Para três capacitores em série temos que:

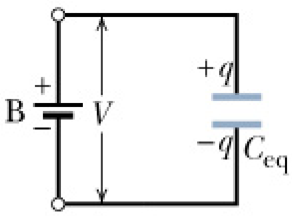


$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{q_T}{C_T} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3}$$

$$série: q_1 = q_2 = q_3 = q_T$$

$$\boxed{\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$



Temos que:

- Todos os capacitores estão carregados com a mesma carga.
- A diferença de potencial V_{AB} é igual à soma das voltagens de cada capacitor.

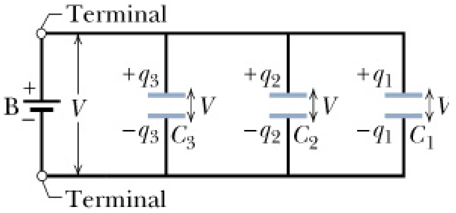
Este resultado pode ser generalizado para *n* capacitores

$$\left[\frac{1}{C_T} = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}\right]$$

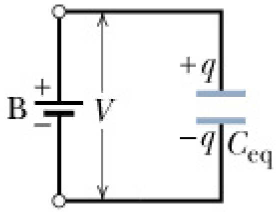
Associação de capacitores em paralelo

Numa associação de capacitores em paralelo, todas as armaduras positivas estão ligadas a um mesmo ponto, assim como todas as negativas estão ligadas a outro ponto comum.

Quando uma diferença de potencial V é aplicada em uma associação de capacitores em paralelo, a diferença de potencial V é a mesma entre as placas de cada capacitor, e a carga total *q* armazenada na associação é a soma das cargas armazenadas em cada capacitor. Para três capacitores em paralelo temos que:



$$q_T = q_1 + q_2 + q_3$$
$$C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3$$
$$paralelo: V_1 = V_2 = V_3 = V_T$$
$$\boxed{C_T = C_1 + C_2 + C_3}$$



Temos que:

A voltagem é a mesma em todos os capacitores.

A carga armazenada no capacitor equivalente é igual à soma das cargas de cada capacitor.

Este resultado pode ser generalizado para *n* capacitores

$$\left[C_T = \sum_{i=1}^{N} C_i \right]$$

19.Quantos capacitores de 1,0 μF devem ser ligados em paralelo para acumularem uma carga de 1 C na associação? Considere que a ddp aplicada à associação seja de 110 V.

$V_{AB} = 110V$; C=1μF; q=1C

Vamos determinar a capacitância equivalente.

$$C_{eq} = \frac{q}{V_{AB}} = \frac{1}{110} F$$

Como a capacitância equivalente é a soma das capacitâncias, temos que:

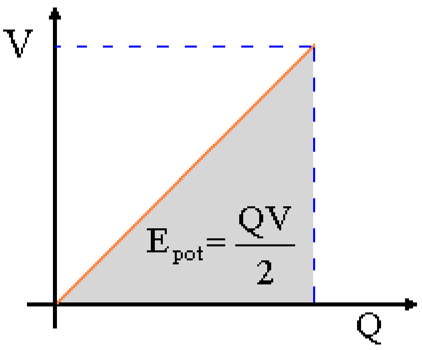
$$C_{eq} = nC \Rightarrow \frac{1}{110} = n \times 1 \times 10^{-6} \Rightarrow \boxed{n = 9090{,}9 \text{ capacitores.}}$$

Energia potencial elétrica armazenada por um capacitor

A energia potencial de um capacitor carregado pode ser considerada armazenada no campo elétrico entre suas placas. Vamos determinar a expressão para calcular esta energia

Tomemos um capacitor com uma carga inicial $q' \Rightarrow V' = \frac{q'}{C}$

E queremos colocar mais carga nesse capacitor. Para isso precisamos realizar trabalho, ou seja, ligar uma bateria, por exemplo, para fazer isso. Então:



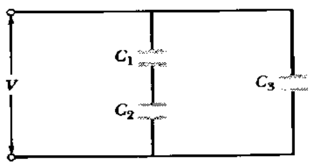
$$\text{Área} = \frac{qV}{2} = \frac{CV^2}{2}$$

$$dW = dU \Rightarrow \int dU = \int \frac{q}{C} dq$$

$$U = \frac{1}{C}\frac{q^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{C^2V^2}{C}$$

$$\left[U = \frac{1}{2}CV^2 \right]$$

20. Para a associação representada na figura abaixo, considerando C_1 = 10,0 μF, C_2 = 5,00 μF, C_3 = 4,00 μF e V = 100 V determine (a) a capacitância equivalente. (b) a carga, (c) a diferença de potencial e (d) a energia armazenada para cada capacitor.



C_1 e C_2 estão em série, portanto:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{10\times10^{-6}} + \frac{1}{5\times10^{-6}} \Rightarrow \boxed{C_{12} = \frac{10}{3}\times10^{-6} F}$$

C_{12} está em paralelo com C_3, portanto:

$$C_{eq} = C_{12} + C_3 = \frac{10}{3}\times10^{-6} + 4\times10^{-6} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = 7{,}33\times10^{-6} F}$$

$b)$

$$q_3 = C_3V_3 = 4,0\times10^{-6}\cdot100 \Rightarrow \boxed{q_3 = 4,0\times10^{-4}C}$$

$$q_s = C_sV_s = 3,33\times10^{-6}\cdot100 \Rightarrow \boxed{q_s = 3,33\times10^{-4}C}$$

temos que:

$$\boxed{q_1 = q_2 = q_s = 3,33\times10^{-4}C}$$

$c)$

$$\boxed{V_3 = 100V}$$

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{3,33\times10^{-4}}{10\times10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_1 = 33,3V}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{3,33\times10^{-4}}{5\times10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_1 = 66,6V}$$

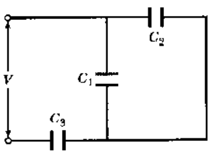
$d)$

$$u_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2}\cdot10\times10^{-6}\cdot(33,3)^2 \Rightarrow \boxed{u_1 = 5,54\times10^{-3}J}$$

$$u_2 = \frac{1}{2}C_2V_2^2 = \frac{1}{2}\cdot5\times10^{-6}\cdot(66,6)^2 \Rightarrow \boxed{u_2 = 11,1\times10^{-3}J}$$

$$u_3 = \frac{1}{2}C_3V_3^2 = \frac{1}{2}\cdot4\times10^{-6}\cdot(100)^2 \Rightarrow \boxed{u_3 = 20,0\times10^{-3}J}$$

21. Para a associação representada na figura abaixo, considerando C_1 = 10,0 μF, C_2 = 5,00 μF, C_3 = 4,00 μF e V = 100 V determine (a) a capacitância equivalente, (b) a carga, (c) a diferença de potencial e (d) a energia armazenada para cada capacitor.



22. Um capacitor de capacitância C_1 = 6,00 μF é ligado em série com outro de capacitância C_2 = 4,00 μF e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada através do par. (a) Calcule a capacitância equivalente da associação. (b) Qual é a carga sobre cada capacitor? (c) Qual é a diferença de potencial através de cada capacitor?

$$C_{eq} = \frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2} = \frac{6\cdot4}{6+4} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = 2,4\mu F}$$

$$q = C_{eq}V_{AB} = 2,4\times10^{-6}\cdot 200 \Rightarrow \boxed{q = 4,8\times10^{-4}C}$$

$$\boxed{q_1 = q_2 = q = 4,8\times10^{-4}C}$$

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{4,8\times10^{-4}}{6,0\times10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_1 = 80,0V}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{4,8\times10^{-4}}{4\times10^{-6}} \Rightarrow \boxed{V_1 = 120V}$$

23. Um capacitor de capacitância C_1 = 6,00 μF é ligado em paralelo com outro de capacitância C_2 = 4,00 μF e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada através do par. (a) Calcule a capacitância equivalente da associação. (b) Qual é a carga sobre cada capacitor? (c) Qual é a diferença de potencial através de cada capacitor?

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 6\mu + 4\mu \Rightarrow \boxed{C_{eq} = 2,4\mu F}$$

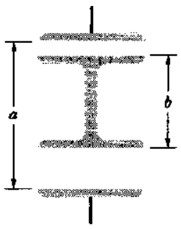
$$\boxed{V_1 = V_2 = V_{AB} = 200V}$$

$$q_1 = C_1V_1 = 6,0\times10^{-6}\cdot 200 \Rightarrow \boxed{q_1 = 1,2\times10^{-3}C}$$

$$q_2 = C_2V_2 = 4,0\times10^{-6}\cdot 200 \Rightarrow \boxed{q_2 = 8,0\times10^{-4}C}$$

24. Um capacitor de 100 pF é carregado sob uma diferença de potencial de 50 V e a bateria que o carrega é retirada. O capacitor é, então, ligado em paralelo com um segundo capacitor, inicialmente descarregado. Sabendo-se que a diferença de potencial da associação passa a ser de 35 V, determine a capacitância deste segundo capacitor.

25. A figura abaixo mostra dois capacitores em série, cuja seção central, de comprimento **b**, pode ser deslocada verticalmente. Mostre que a capacitância equivalente dessa combinação em série é independente da posição da seção central e é dada por



$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{a-b}$$

$$C_{eq}=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}=\frac{\varepsilon_o\frac{A}{d_1}\cdot\varepsilon_o\frac{A}{d_2}}{\varepsilon_o\frac{A}{d_1}+\varepsilon_o\frac{A}{d_2}}=\frac{\varepsilon_o^2\frac{A^2}{d_1d_2}}{\varepsilon_o\frac{A(d_1+d_2)}{d_1d_2}}=\frac{\varepsilon_o^2A^2}{d_1d_2}\frac{d_1d_2}{\varepsilon_oA(d_1+d_2)}$$

$$C_{eq}=\frac{\varepsilon_oA}{(d_1+d_2)}$$

temos que: $a=d_1+b+d_2\Rightarrow a-b=d_1+d_2$

$$\boxed{C_{eq}=\frac{\varepsilon_oA}{(a-b)}}$$

26. Dois capacitores, de capacitâncias C_1 = 2 μF e C_2 = 4 μF, são ligados em paralelo através de uma diferença de potencial de 300 V. Calcular a energia total armazenada nos capacitores.

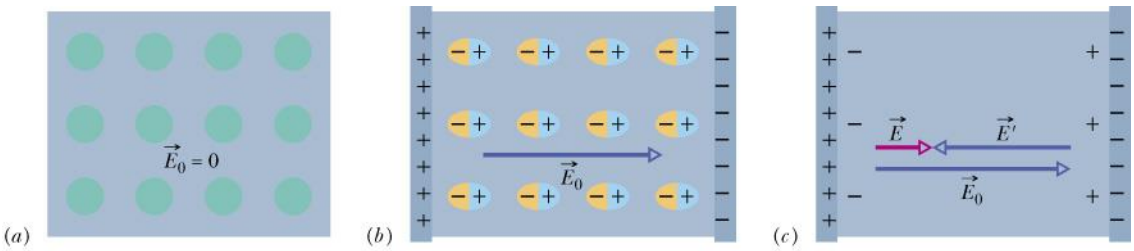
$$\left.\begin{matrix}C_1=2\mu F\\ C_2=4\mu F\end{matrix}\right\}\Rightarrow paralelo \qquad U_T=U_1+U_2=\frac{1}{2}(C_1+C_2)V^2=\frac{1}{2}\left(2\times10^{-6}+4\times10^{-6}\right)300^2$$

$$V=300V \qquad \boxed{U_T=0,27J}$$

Capacitores com um Dielétrico

Se o espaço entre as placas de um capacitor for completamente preenchido com um material dielétrico, a capacitância do capacitor aumenta de um fator k, chamado de constante dielétrica, que é característica do material. O aumento da capacitância com a introdução de um dielétrico entre as placas do capacitor foi descoberto por Michey Faraday em 1837.

Qual a nova capacitância (C') devido ao uso do dielétrico entre as placas? O dielétrico enfraquece o campo (devido ao campo induzido no dielétrico) e com isso a capacitância aumenta.



A nova capacitância será:

$$C'=KC_{ar}$$

Onde: K é a constante dielétrica do meio e C_{ar} a capacitância com o ar ou vácuo.

PROPRIEDADE DE ALGUNS DIELÉTRICOS

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength (kV/mm)
Air (1 atm)	1.00054	3
Polystyrene	2.6	24
Paper	3.5	16
Transformer oil	4.5	
Pyrex	4.7	14
Ruby mica	5.4	
Porcelain	6.5	
Silicon	12	
Germanium	16	
Ethanol	25	
Water (20°C)	80.4	
Water (25°C)	78.5	
Titania ceramic	130	
Strontium titanate	310	8

For a vacuum, κ = unity.

[a]Measured at room temperature, except for the water.

27. Um capacitor de placas paralelas com ar entre as placas, possui uma capacitância de 1,3 pF. A separação entre as placas é duplicada e introduz-se cera entre elas. A nova capacitância é igual a 2,6 pF. Determine a constante dielétrica da cera.

$$C_1 = \varepsilon_o \frac{A}{d_1} \qquad C_2 = \kappa\varepsilon_o \frac{A}{d_2}$$

$$C_2 = \kappa\varepsilon_o \frac{A}{2d_1} = \frac{\kappa}{2}\underbrace{\varepsilon_o \frac{A}{d_1}}_{C_1} = \frac{\kappa}{2} C_1 \Rightarrow \kappa = \frac{2C_2}{C_1} = 2\cdot\frac{2,6}{1,3}$$

$$\boxed{\kappa = 4}$$

28. Um capacitor de placas paralelas, preenchido com ar entre elas, possui capacitância de 50 pF. (a) Se cada uma de suas placas possuírem uma área de 0,35 m^2, qual a separação entre as placas? (b) Se a região entre as placas for agora preenchida com um material tendo k = 5,6, qual a nova capacitância?

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\varepsilon_o A}{C} = \frac{8,85\times10^{-12}\cdot 0,35}{50\times10^{-12}}$$

$$\boxed{d = 6,2\times10^{-2} m}$$

$$C = \kappa C_o = 5,6\cdot 50p$$

$$\boxed{C = 280\,pF}$$

29. Uma certa substância tem uma constante dielétrica de 2,8 e uma rigidez dielétrica de 18 MV/m. Se esta substância for usada como dielétrico de um capacitor da placas paralelas, qual deverá ser, no mínimo, a área das placas do capacitor para que a capacitância seja $0,07$ μF e o capacitor suporte uma diferença de potencial de 4 kV?

A rigidez dielétrica é o valor máximo do campo elétrico entre as placas.

$$d = \frac{V_{AB}}{E} = \frac{4\times 10^{3}}{18\times 10^{6}} \Rightarrow \boxed{d = 2,22\times 10^{-4} m}$$

$$C = \kappa\varepsilon_o \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\kappa\varepsilon_o} = \frac{0,07\times 10^{-6}\cdot 2,22\times 10^{-4}}{2,8\cdot 8,85\times 10^{-12}}$$

$$\boxed{A = 0,63 m^{2}}$$