

Câmpus
Anápolis de Ciências
Exatas e Tecnológicas
Henrique Santillo



**Universidade
Estadual de Goiás**

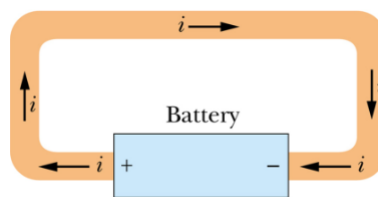
FÍSICA III
NOTA DE AULA III

Goiânia - 2018

CORRENTE ELÉTRICA

Estudamos anteriormente os fenômenos que pertencem ao campo da eletrostática, ou seja, com cargas estacionárias. Iniciaremos o estudo de fenômenos elétricos relacionados com cargas em movimento, isto é, estamos começando o estudo das correntes e circuitos elétricos.

A condição fundamental para que haja uma corrente elétrica entre dois pontos de um circuito fechado é que tenhamos uma diferença de potencial elétrico (voltagem) entre estes pontos. Esta ddp pode ser gerada por uma bateria. Como está representado na figura abaixo



Sentido convencional da corrente elétrica

O sentido convencional da corrente elétrica é escolhido como sendo o sentido do movimento de cargas positivas.

Devemos observar que a corrente elétrica é uma **grandeza escalar**, apesar de usarmos setas para indicar o seu sentido. Estas setas não são vetores e sua soma é escalar.

Intensidade da corrente elétrica (i)

A intensidade da corrente elétrica é a medida da quantidade de carga que passa, por unidade de tempo, através de uma seção do condutor. Para o caso de um fluxo de corrente constante, temos que:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Quando a taxa de fluxo de carga não for constante, podemos generalizar a definição de corrente usando-se as derivadas. A corrente instantânea i é definida como

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Unidade de corrente elétrica

A unidade de corrente no SI, Coulomb por segundo, é chamada de ampère (A), em homenagem ao Físico Francês André Marie Ampère. Pequenas correntes são convenientes expressas em miliampères ($mA = 10^{-3} A$) ou em microampères ($\mu A = 10^{-6} A$).

EXERCÍCIOS

1. Uma corrente de 5,0 A percorre um condutor durante 4,0 min. Quantos (a) coulombs de carga e (b) elétrons passam através da seção transversal do condutor nesse intervalo de tempo?

$$i = 5A, \quad R = 10\Omega \quad \Delta t = 4 \text{ min} = 240s$$

a)

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = 5 \times 240 \Rightarrow \boxed{\Delta q = 1200C}$$

b)

$$\Delta q = ne \Rightarrow n = \frac{1200}{1,6 \times 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{n = 7,5 \times 10^{21} \text{ elétrons}}$$

2. A corrente num feixe de elétrons de um terminal de vídeo é de 200 μA . Quantos elétrons golpeiam a tela a cada segundo?

$$i = 200\mu A \quad \Delta t = 1s$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{i\Delta t}{e} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 1}{1,6 \times 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{n = 1,25 \times 10^{15} \text{ elétrons}}$$

RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Quando uma voltagem V_{AB} é aplicada nas extremidades de um condutor, estabelecendo nele uma corrente elétrica i , a resistência deste condutor é dada pela relação:

$$R = \frac{V_{AB}}{i} \Rightarrow V_{AB} = R.i$$

Unidade de resistência no SI:

A unidade de resistência no SI é o Volt por ampère. Esta unidade é denominada ohm (Ω)

$$1V/A = 1 \text{ ohm} = 1\Omega$$

Resistividade de um material

Considere um fio condutor de comprimento L e seção transversal de área A . Verifique-se que, a resistência elétrica R é diretamente proporcional ao comprimento do fio condutor e inversamente proporcional à área da sua seção transversal.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Onde: ρ é a resistividade do material. No SI, a unidade de resistividade é dada por: $\Omega \cdot m$

resistividade de alguns materiais

Material	Resistivity, ρ ($\Omega \cdot m$)	Temperature Coefficient of Resistivity, α (K^{-1})
<i>Typical Metals</i>		
Silver	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
Copper	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
Gold	2.35×10^{-8}	4.0×10^{-3}
Aluminum	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
Manganin ^a	4.82×10^{-8}	0.002×10^{-3}
Tungsten	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
Platinum	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
<i>Typical Semiconductors</i>		
Silicon, pure	2.5×10^3	-70×10^{-3}
Silicon, <i>n</i> -type ^b	8.7×10^{-4}	
Silicon, <i>p</i> -type ^c	2.8×10^{-3}	
<i>Typical Insulators</i>		
Glass	$10^{10} - 10^{14}$	
Fused quartz	$\sim 10^{16}$	

^aAn alloy specifically designed to have a small value of α .

^bPure silicon doped with phosphorus impurities to a charge carrier density of $10^{23} m^{-3}$.

^cPure silicon doped with aluminum impurities to a charge carrier density of $10^{23} m^{-3}$.

O inverso da resistividade é a condutividade σ , portanto temos:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

EXERCÍCIOS

3. Um fio condutor tem um diâmetro de 1,0 mm, um comprimento de 2,0 m e uma resistência de 50 m Ω . Qual é a resistividade do material?

$$D = 1,0mm \Rightarrow r = 0,5 \times 10^{-3} m \quad L = 2,0m \quad R = 50m\Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{R\pi r^2}{L} = \frac{50 \times 10^{-3} \times \pi \times (0,5 \times 10^{-3})^2}{2}$$

$$\boxed{\rho = 1,96 \times 10^{-8} \Omega m}$$

4. A área da seção transversal do trilho de aço de um bonde elétrico é de 56 cm². Qual é o valor da resistência de 10 km deste trilho? A resistividade do aço é 3 × 10⁻⁷ Ω.m.

$$A = 56 \text{ cm}^2 \quad L = 10,0 \text{ km} \quad \rho = 3,0 \times 10^{-7} \Omega m$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 3 \times 10^{-7} \frac{10 \times 10^3}{56 \times 10^{-4}}$$

$$\boxed{R = 0,54 \Omega}$$

5. Uma pessoa pode morrer se uma corrente elétrica da ordem de 50 mA passar perto do coração. Um eletricista trabalhando com as mãos suadas, o que reduz consideravelmente a resistência da pele, segura dois fios desencapados, um em cada mão. Se a resistência do corpo do eletricista é de 2000 Ω, qual é a menor diferença de potencial entre os fios capaz de produzir um choque mortal?

$$i = 50 \text{ mA} \quad R = 2000 \Omega$$

$$V_{AB} = Ri = 2000 \times 50 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{V_{AB} = 100 \text{ V}}$$

6. Um fio de 4 m de comprimento e 6 mm de diâmetro tem uma resistência de 15 mΩ. Uma diferença de potencia de 23 V é aplicada entre suas extremidades. (a) Qual é a corrente no fio? b) Calcule a resistividade do material do fio.

$$D = 6,0 \text{ mm} \quad L = 4,0 \text{ m} \quad R = 15 \text{ m}\Omega \quad V_{AB} = 23 \text{ V}$$

a)

$$V_{AB} = Ri \Rightarrow i = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{23}{15 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{i = 1533,33 \text{ A}}$$

b)

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{R\pi r^2}{L} = \frac{15 \times 10^{-3} \times \pi \times (3,0 \times 10^{-3})^2}{4}$$

$$\boxed{\rho = 1,06 \times 10^{-7} \Omega m}$$

7. Uma barra cilíndrica de cobre, de comprimento L e seção transversal de área A, é reformada para duas vezes seu comprimento inicial sem que haja alteração no volume e na resistividade. (a) Determine a nova área de seção transversal da barra. (b) Se a resistência entre suas extremidades era R antes da alteração, qual é o seu valor depois da alteração?

$$L' = 2L$$

a)

Como o volume permanece constante temos que:

$$V' = V \Rightarrow A'L' = AL \Rightarrow A'2L = AL \Rightarrow \boxed{A' = \frac{A}{2}}$$

b)

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \text{e} \quad R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{2L}{\frac{A}{2}} = 4\rho \frac{L}{A}$$

$$\therefore \boxed{R' = 4R}$$

8. Um fio com uma resistência de 6Ω é esticado de tal forma que seu comprimento se torne três vezes maior que o original. Determine o valor da resistência do fio esticado, supondo que a densidade e a resistividade do material permaneçam as mesmas.

$$R_1 = 6,0\Omega \quad L_2 = 3L_1 \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho$$

Cálculo da nova área do fio. O volume do fio permanece constante:

$$V_2 = V_1 \Rightarrow A_1L_1 = A_2L_2 \Rightarrow A_1L_1 = A_23L_1 \Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{A_1}{3}}$$

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \frac{3L_1}{\frac{A_1}{3}} = 9\rho \frac{L_1}{A_1} = 9R_1 = 9 \times 6$$

$$\therefore \boxed{R_2 = 54\Omega}$$

9. Um determinado fio tem uma resistência R . Qual é a resistência de um segundo fio, feito do mesmo material, mas que tenha metade do comprimento e metade do diâmetro?

$$D' = \frac{D}{2} \quad L' = \frac{L}{2} \quad \rho' = \rho$$

Cálculo da nova área do fio

$$A' = \pi (r')^2 = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \Rightarrow A' = \frac{A}{4}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{L/2}{A/4} \Rightarrow \boxed{R' = 2R}$$

10. Dois condutores são feitos de um mesmo material e têm o mesmo comprimento. O condutor A é um fio maciço de 1 mm de diâmetro. O condutor B é um tubo oco com um diâmetro externo de 2 mm e um diâmetro interno de 1 mm. Qual é a razão entre as resistências dos dois fios, R_A / R_B , medida entre suas extremidades?

$$L_A = L_B = L$$

Figura

$$d_A = 1\text{mm} \quad d_{eB} = 2\text{mm} \quad d_{iB} = 1\text{mm}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho \frac{L_A}{A_A}}{\rho \frac{L_B}{A_B}} = \frac{\frac{L}{A_A}}{\frac{L}{A_B}} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{A_{eB} - A_{iB}}{A_A}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\pi r_{eB}^2 - \pi r_{iB}^2}{\pi r_A^2} = \frac{r_{eB}^2 - r_{iB}^2}{r_A^2} = \frac{1^2 - 0,5^2}{0,5^2}$$

$$\boxed{\frac{R_A}{R_B} = 3}$$

11. Um fio de Nicromo (uma liga de níquel, cromo e ferro comumente usada em elementos de aquecimento) tem um comprimento de 1,0 m e área da seção transversal de 1,0 mm². Ele transporta uma corrente de 4,0 A quando uma diferença de potencial de 2,0 V é aplicada entre os seus extremos. Calcular a condutividade σ do Nicromo.

$$L = 1\text{m} \quad A = 1\text{mm}^2 \quad i = 4\text{A} \quad V_{AB} = 2\text{V}$$

Inicialmente vamos calcular a resistência do fio:

$$V_{AB} = Ri \Rightarrow R = \frac{2}{4} = \underline{0,5\Omega}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{0,5 \times 1,0 \times 10^{-6}}{1,0} = 0,5 \times 10^{-6} \Omega\text{m}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{0,5 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{\sigma = 2,0 \times 10^6 (\Omega\text{m})^{-1}}$$

Energia e Potência em circuitos elétricos.

De uma maneira geral, os aparelhos elétricos são dispositivos que transformam energia elétrica em outra forma de energia. A **taxa de transformação** dessa energia é a **potência** do aparelho.

Se um aparelho elétrico, ao ser submetido a uma diferença de potencial V_{AB} , for percorrido por uma corrente i , a potência desenvolvida neste aparelho será dada por (ver a demonstração dessa expressão no livro texto):

$$P = iV_{AB}$$

Efeito joule

O efeito joule consiste na transformação de energia elétrica em energia térmica em uma resistência percorrida por uma corrente elétrica.

Sendo R o valor da resistência, V_{AB} a voltagem nela aplicada e i a corrente que a percorre, a **potência** desenvolvida, por efeito joule, nesta resistência, pode ser calculada pelas expressões:

$$P = iV_{AB} \Rightarrow P = Ri^2$$

ou

$$P = \frac{V_{AB}^2}{R}$$

Devemos lembrar que a unidade de potência no SI é watt (W)

EXERCÍCIOS

12. Um estudante manteve um rádio de 9 V e 7 W ligado no volume máximo das 9 horas às 14 horas. Qual foi a quantidade de carga que passou através dele?

$$P = 7W \quad \Delta t = 14 - 9 = 5 \text{ horas} \quad V_{AB} = 9V$$

$$P = V_{AB}i \Rightarrow 7 = 9i \Rightarrow \boxed{i = 0,78A}$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = i\Delta t \Rightarrow \Delta q = 0,78 \times 1,8 \times 10^4$$

$$\boxed{\Delta q = 1,4 \times 10^4 C}$$

13. Um resistor dissipa uma potência de 100 W quando percorrido por uma corrente elétrica de 3 A. Qual é o valor da resistência do resistor?

$$P = 100W \quad i = 3A$$

$$P = i^2R \Rightarrow R = \frac{P}{i^2} = \frac{100}{3} \Rightarrow \boxed{R = 11,1\Omega}$$

14. Qual dos dois filamentos tem uma resistência maior? O de uma lâmpada de 500 W ou o de outra de 100 W? Ambas foram projetadas para operar sob 120 V. **R: o de 100W**

$$P_1 = 500W \quad P_2 = 100W \quad V_1 = V_2 = 120V$$

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{120^2}{500} \Rightarrow \boxed{R_1 = 28,8\Omega}$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{V_2^2}{P_2} = \frac{120^2}{100} \Rightarrow \boxed{R_2 = 144\Omega}$$

$$\boxed{R_2 > R_1}$$

15. Cinco fios de mesmo comprimento e mesmo diâmetro são ligados um de cada vez, entre dois pontos mantidos a uma diferença de potencial constante. A taxa de produção de energia térmica (potência) será maior no fio feito com material de maior ou menor resistividade?

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = V$$

Da expressão $P = \frac{V^2}{R}$ podemos afirmar que a potência será maior no fio de resistência menor,

como $R = \rho \frac{L}{A}$, a potência será maior no fio de resistividade menor.

16. Um determinado resistor é ligado entre os terminais de uma bateria de 3,00 V. A potência dissipada no resistor é 0,540 W. O mesmo resistor é, então, ligado entre os terminais de uma bateria de 1,50 V. Que potência é dissipada neste caso?

$$V_1 = 3V \quad P_1 = 0,54W \quad V_2 = 1,5V$$

Inicialmente vamos calcular o valor da resistência.

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{3^2}{0,54} \Rightarrow \boxed{R_1 = 16,67\Omega}$$

Como o resistor é o mesmo nos dois casos, temos:

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_1} = \frac{1,5^2}{16,67} \Rightarrow \boxed{P_2 = 0,135W}$$

17. Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada a um aquecedor de ambiente de 500 W. (a) Qual é o valor da resistência do elemento de aquecimento? (b) Qual é a corrente no elemento de aquecimento?

a)

$$P = \frac{V_{AB}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_{AB}^2}{P} = \frac{120^2}{500} \Rightarrow \boxed{R = 28,8W}$$

b)

$$V_{AB} = Ri \Rightarrow i = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{120}{28,8} \Rightarrow \boxed{i = 4,2A}$$

18. Um aquecedor de 500 W foi projetado para funcionar com uma diferença de potencial de 115 V. Qual é a queda percentual da potência dissipada se a diferença de potencial aplicada diminui para 110 V?

$$R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{115^2}{500} = \boxed{26,45W}$$

$$R_2 = R_1$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{110^2}{26,45} = \boxed{457,47W}$$

$$DP = P_1 - P_2 = 500 - 457,47 = 42,53$$

fazendo uma regra de três, descobrimos o percentual de queda

$$\left. \begin{array}{l} 500W \rightarrow 100\% \\ 42,53W \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{x = 8,5\%}$$

Energia elétrica consumida

A energia consumida por um aparelho de potência P, num intervalo de tempo Δt , é dada por:

$$\Delta E = P\Delta t$$

UNIDADES DE ENERGIA

No S.I a potência deve estar em watt (W), o tempo em segundo e a energia em joules (J).

Quando a potência está em kW e o tempo em horas, a unidade de energia será kWh. A relação entre esta unidade prática de energia e o joule é:

$$1kWh = 3,6 \times 10^6 J$$

EXERCÍCIOS

19. Um aquecedor de ambiente de 1250 W foi projetado para funcionar com 115 V. (a) Qual é o valor da corrente elétrica no aquecedor? (b) Qual é a resistência do elemento de aquecimento? (c) Qual é a energia térmica, em kWh, gerada pelo aparelho em 1 hora?

a)

$$P = iV \Rightarrow i = \frac{1250}{115} \Rightarrow \boxed{i = 10,87 A}$$

b)

$$V_{AB} = Ri \Rightarrow R = \frac{115}{10,87} \Rightarrow \boxed{R = 10,58W}$$

c)

$$E = PDt = 1250W \cdot 1h \Rightarrow \boxed{E = 1,25kWh}$$

20. Um elemento calefator é feito mantendo-se um fio de Nicromo, com seção transversal de $2,60 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e resistividade de $5,00 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, sob uma diferença de potencial de 75,0 V. (a) Sabendo-se que o elemento dissipa 5.000 W, qual é o seu comprimento? (b) Para obtermos a mesma potência usando uma diferença de potencial de 100 V, qual deveria ser o comprimento do fio?

a)

$$R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{75^2}{5000} \Rightarrow \boxed{R_1 = 1,125\Omega}$$

$$R = r \frac{L}{A} \Rightarrow L_1 = \frac{R_1 A_1}{r_1} = \frac{1,125 \cdot 2,6 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-7}} \Rightarrow \boxed{L_1 = 5,85m}$$

b)

$$R_2 = \frac{V_2^2}{P_2} = \frac{100^2}{5000} \Rightarrow \boxed{R_2 = 2,0\Omega}$$

$$R = r \frac{L}{A} \Rightarrow L_2 = \frac{R_2 A_2}{r_2} = \frac{2,0 \cdot 2,6 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-7}} \Rightarrow \boxed{L_2 = 10,4m}$$

21. Uma lâmpada de 100 W é ligada a uma tomada padrão de 120 V. (a) Quanto custa para deixar a lâmpada acesa durante um mês (30 dias)? Suponha que a energia elétrica custe R\$ 0,48 o kW.h. (b) qual é a resistência da lâmpada? (c) Qual é a corrente na lâmpada?

a)

$$E = PDt = 0,1kW \cdot 720h \Rightarrow \boxed{E = 72kWh}$$

$$\text{Custo} = E \cdot \text{valor(kWh)} = 72 \cdot 0,48 = \boxed{R\$34,56}$$

b)

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{120^2}{100} \Rightarrow \boxed{R = 144\Omega}$$

c)

$$V = Ri \Rightarrow i = \frac{120}{144} \Rightarrow \boxed{i = 0,83A}$$

22. Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada a um aquecedor de ambiente cuja resistência é de 14Ω quando quente. (a) Qual a taxa (potência) com que a energia elétrica é transformada em calor? (b) A R\$ 0,50 o kWh, quando custa operar este dispositivo por 5 horas?

a)

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P = \frac{120^2}{14} \Rightarrow \boxed{P = 1028,57W}$$

b)

$$E = PDt = 1,03kW \cdot 5h \Rightarrow \boxed{E = 5,15kWh}$$

$$\text{Custo} = E \cdot \text{valor(kWh)} = 5,15 \cdot 0,50 = \boxed{R\$2,58}$$

23. Em uma residência 8 lâmpadas de 100W ficam ligadas durante 9 horas por dia , e um chuveiro de 3000 W fica ligado durante 45 minutos por dia . Sabendo-se que 1 kWh custa R\$ 0 , 48 , determine o gasto mensal (30 dias) com as lâmpadas e o chuveiro . Considere que as lâmpadas e o chuveiro sejam ligados corretamente.

$$E_L = P_L D t_L = 8 \cdot 0,1kW \cdot 270h \Rightarrow \boxed{E = 216kWh}$$

$$\text{Custo} = E \cdot \text{valor(kWh)} = 216 \cdot 0,48 = \boxed{R\$103,68}$$

$$E_c = P_c D t_c = 3,0kW \cdot 22,5h \Rightarrow \boxed{E = 67,5kWh}$$

$$\text{Custo} = E \cdot \text{valor(kWh)} = 67,5 \cdot 0,48 = \boxed{R\$32,4}$$

$$\text{Custo Total} = \boxed{R\$136,08}$$

24. Determine o custo mensal (30 dias) de um banho diário de 15 minutos em um chuveiro de resistência $R = 11\Omega$, ligado em uma voltagem de 220 V . Considere que um kWh custa R\$ 0,48.

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P = \frac{220^2}{11} \Rightarrow \boxed{P = 4,4kW}$$

$$E = PDt = 4,4kW \cdot 7,5h \Rightarrow \boxed{E = 33kWh}$$

$$\text{Custo} = E \cdot \text{valor(kWh)} = 33 \cdot 0,48 = \boxed{R\$15,84}$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS

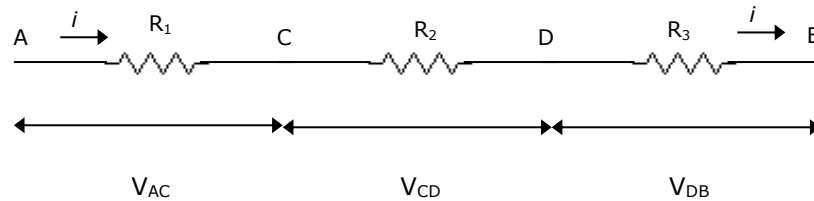
Circuitos elétricos, nos dias de hoje, são elementos básicos de qualquer aparelho elétrico e eletrônico, como rádios, TV, computadores, automóveis, aparelhos científicos, etc.

Associação de resistores

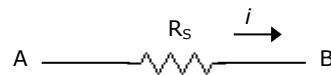
Em determinados circuitos podemos ter associações de alguns componentes. Vamos estudar neste momento a associação de resistores.

Associação de resistores em série

Muitas vezes, nos circuitos elétricos, aparecem resistores ligados em série (um em seguida ao outro), como está representado no segmento de circuito da figura abaixo.



Em termos de resistência, esta associação pode ser substituída por um único resistor equivalente R_s



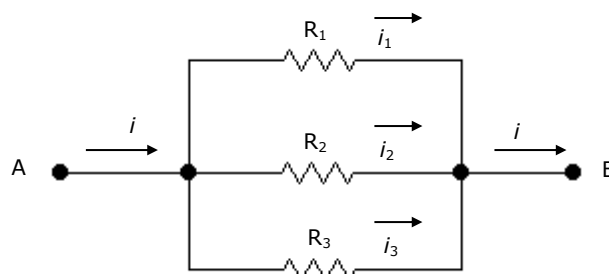
Demonstração da expressão usada no cálculo da resistência equivalente:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= R_s \cdot i, V_{AC} = R_1 \cdot i, V_{CD} = R_2 \cdot i, V_{DB} = R_3 \cdot i \\ \Rightarrow R_s \cdot i &= R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + R_3 \cdot i \\ \Rightarrow R_s &= R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$

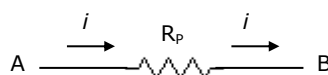
$$R = \sum_{j=1}^N R_j$$

Associação de resistores em paralelo

Os resistores podem estar associados em paralelo (um dos terminais de todos os resistores é ligado a um ponto, o outro terminal de todos os resistores é ligado a um segundo ponto), como está representado no segmento de circuito da figura abaixo.



Resistor equivalente



Demonstração da expressão usada no cálculo da resistência equivalente:

$$i = \frac{V_{AB}}{R_p}, i_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}, i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}, i_3 = \frac{V_{AB}}{R_3}$$

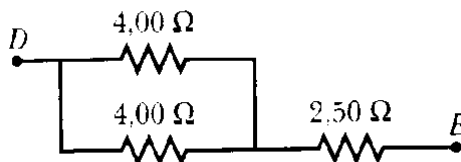
$$\Rightarrow \frac{V_{AB}}{R_p} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{R} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{R_j}$$

EXERCÍCIOS

25. Na figura abaixo, determine a resistência equivalente entre os pontos D e E.



$$R_p = \frac{R}{2} = \frac{4}{2} = 2\Omega$$

$$R_{eq} = R_p + R_p = 2 + 2,5$$

$$R_{eq} = 4,5\Omega$$

26. Uma linha de força de 120 V é protegida por um fusível de 15A. Qual o número máximo de lâmpadas de 500 W que podem operar, simultaneamente, em paralelo, nessa linha sem "queimar" o fusível?

$$i_L = \frac{P}{V} = \frac{500}{120} = 4,2A$$

$$i_{m\acute{a}x} = n \times i_L \quad \text{ou} \quad n = \frac{i_{m\acute{a}x}}{i_L} = \frac{15}{4,2} = 3,57$$

como somente temos lâmpadas inteiras, podemos ligar apenas **3 lâmpadas**

27. Deseja-se produzir uma resistência total de 3 Ω ligando-se uma resistência desconhecida a uma resistência de 12 Ω. Qual deve ser o valor da resistência desconhecida e como ela deve ser ligada?

Como a resistência equivalente é menor que R_1 , a outra resistência só pode ser associada em paralelo:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 3 = \frac{12 \cdot R_2}{12 + R_2} \Rightarrow \boxed{R_2 = 4\Omega}$$

28. Os condutores A e B, tendo comprimentos iguais de 40,0 m e diâmetros iguais de 2,60 mm, estão ligados em série. Uma diferença de potencial de 60,0 V é aplicada entre as extremidades do fio composto. As resistências dos fios valem 0,127 Ω , 0,729 Ω , respectivamente. Determine a diferença de potencial através de cada fio.

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{60}{(0,127 + 0,729)} = 70,1 A$$

$$V_A = R_A i_A = 0,127 \times 70,1 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_A = 8,9 V}$$

$$V_B = R_B i_b = 0,729 \times 70,1 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_B = 51,1 V}$$

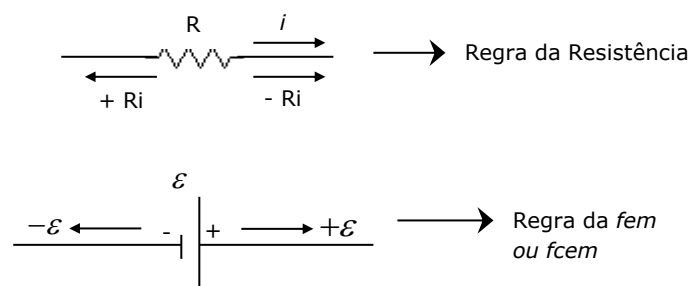
Cálculo da corrente em circuitos de uma única malha - circuito série

Quando percorremos uma malha de um circuito o potencial elétrico pode sofrer aumento ou queda ao longo do percurso.

Regra da fem ou fcem: Ao passarmos por um gerador (*fem*) ou receptor (*fcem*), de seu polo negativo para o polo positivo, o potencial aumentará de um valor ε . Se a passagem ocorrer em sentido contrário, o potencial diminuirá da mesma quantidade ε .

Regra da resistência: Ao passarmos por uma resistência R (inclusive pela resistência interna de um gerador ou de um receptor), no mesmo sentido da corrente i, o potencial diminuirá de um valor Ri. Se a passagem ocorrer em sentido contrário, o potencial aumentará da mesma quantidade Ri.

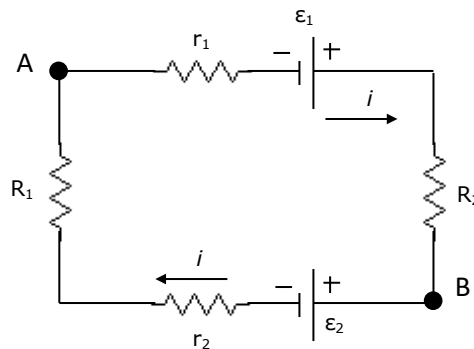
As duas regras citadas acima podem ser resumidas graficamente como:



Para calcularmos a corrente em um circuito de uma única malha, podemos aplicar a regra das malhas de Kirchhoff (também conhecida como lei das malhas de Kirchhoff em homenagem a Gustav Robert Kirchhoff – Físico Alemão).

Lei das Malhas

Percorrendo-se uma malha fechada num certo sentido, a soma algébrica das ddps é nula.



Aplicando a lei das malhas, no sentido anti-horário, temos que:

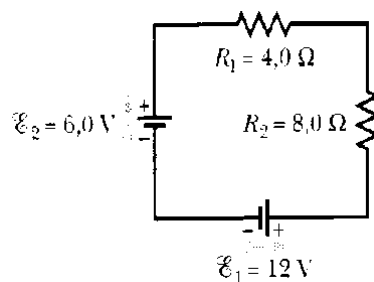
$$R_1 i + r_2 i + \varepsilon_2 + R_2 i - \varepsilon_1 + r_1 i = 0$$

$$\Rightarrow i(R_1 + R_2 + r_1 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$\Rightarrow i = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{(R_1 + R_2 + r_1 + r_2)}$$

EXERCÍCIOS

29. Suponha que as baterias na figura abaixo tenham resistências internas desprezíveis. Determine (a) a corrente no circuito, (b) a potência dissipada em cada resistor e (c) a potência de cada bateria e se a energia é absorvida ou fornecida por ela?



a)

$$i = \frac{\mathring{a}e - \mathring{a}e\mathring{c}}{R_{eq}} = \frac{12 - 6}{4 + 8} \quad \boxed{i = 0,5A}$$

b)

$$P_{d1} = i_1^2 R_1 = 0,5^2 \times 4 \quad \boxed{P_{d1} = 1,0W}$$

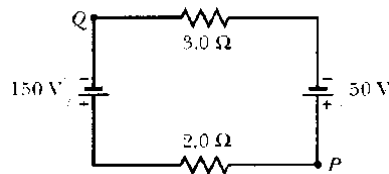
$$P_{d2} = i_2^2 R_2 = 0,5^2 \times 8 \quad \boxed{P_{d1} = 2,0W}$$

c)

$$P_1 = ie_1 = 0,5 \times 12 \Rightarrow \boxed{P_1 = 6,0W}$$

$$P_2 = ie_2 = 0,5 \times 6 \Rightarrow \boxed{P_1 = 3,0W}$$

30. Na figura, quando o potencial no ponto P é de 100 V, qual é o potencial no ponto Q?



a)

$$i = \frac{\dot{a}e - \dot{a}e^c}{R_{eq}} = \frac{150 - 50}{2 + 3} \Rightarrow \boxed{i = 20A}$$

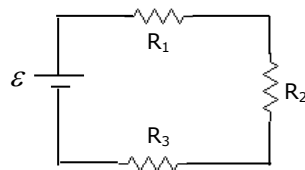
b)

$$V_Q + 150 - 2i = V_P$$

$$V_Q = V_P - 150 + 2i = 100 - 150 + 2 \times 20$$

$$\boxed{V_Q = -10V}$$

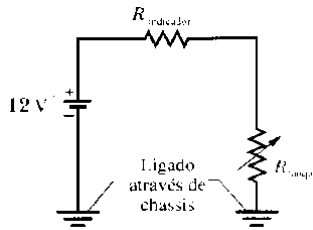
31. No circuito da figura abaixo calcule a diferença de potencial através de R_2 , supondo $\varepsilon = 12 \text{ V}$, $R_1 = 3,0 \Omega$, $R_2 = 4,0 \Omega$, $R_3 = 5,0 \Omega$.



$$i = \frac{\dot{a}e - \dot{a}e^c}{R_{eq}} = \frac{12 - 0}{3 + 4 + 5} \Rightarrow \boxed{i = 1,0A}$$

$$V_2 = R_2 i_2 = 4 \times 1,0 \Rightarrow \boxed{V_2 = 4,0V}$$

32. O indicador de gasolina de um automóvel é mostrado esquematicamente na figura abaixo. O indicador do painel tem uma resistência de 10Ω . O medidor é simplesmente um flutuador ligado a um resistor variável que tem uma resistência de 140Ω quando o tanque está vazio, 20Ω quando ele está cheio e varia linearmente com o volume de gasolina. Determine a corrente no circuito quando o tanque está (a) vazio; (b) metade cheio; (c) cheio.



a) tanque vazio

$$i = \frac{\mathring{a}e - \mathring{a}e'c}{R_{eq}} = \frac{12 - 0}{10 + 140} \Rightarrow \boxed{i = 0,08A}$$

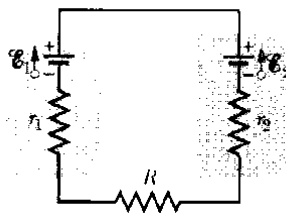
b) tanque metade cheio:

$$i = \frac{\mathring{a}e - \mathring{a}e'c}{R_{eq}} = \frac{12 - 0}{10 + 80} \Rightarrow \boxed{i = 0,13A}$$

c) tanque cheio:

$$i = \frac{\mathring{a}e - \mathring{a}e'c}{R_{eq}} = \frac{12 - 0}{10 + 20} \Rightarrow \boxed{i = 0,4A}$$

33. No circuito da figura abaixo, que valor deve ter R para que a corrente no circuito seja de 1,0 mA? Considere $\varepsilon_1 = 2,0 \text{ V}$, $\varepsilon_2 = 3,0 \text{ V}$ e $r_1 = r_2 = 3,0 \Omega$. **R: 994Ω**



$$i = \frac{\sum e - \sum e'}{R_{eq}} = \frac{e_2 - e_1}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow 1,0 \times 10^{-3} = \frac{3 - 2}{3 + 3 + R}$$

$$\boxed{R = 994\Omega}$$

34. Quatro resistores de $18,0 \Omega$ estão ligados em paralelo através de uma bateria ideal cuja fem é de 25,0 V. Qual a corrente que percorre a bateria?

$$R_{eq} = \frac{R}{4} = \frac{18}{4} = 4,5\Omega$$

$$i = \frac{\sum e - \sum e'}{R_{eq}} = \frac{25 - 0}{4,5} \Rightarrow \boxed{i = 5,55A}$$

35. A corrente num circuito de malha única com uma resistência total R é de 5 A. Quando uma nova resistência de 2Ω é introduzida em série no circuito. A corrente cai para 4 A. Qual é o valor de R?

$$i = \frac{\sum e - \sum e'}{R_{eq}} \Rightarrow 5 = \frac{\sum e - \sum e'}{R} \Rightarrow \boxed{5R = \sum e - \sum e'}$$

$$i = \frac{\sum e - \sum e'}{R_{eq}} \Rightarrow 4 = \frac{\sum e - \sum e'}{R + 2} \Rightarrow 4 = \frac{5R}{R + 2} \Rightarrow \boxed{R = 8\Omega}$$

Circuito com várias malhas

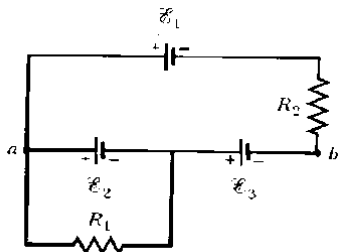
Para resolver problemas envolvendo circuitos com mais de uma malha, podemos aplicar a regra das malhas (já estudada anteriormente) e a regra dos nós de Kirchhoff (também chamada de lei dos nós).

Lei dos Nós

Em um nó, a soma das intensidades de corrente que chegam é igual à soma das intensidades de corrente que saem. Esta regra é consequência da conservação das cargas.

EXERCÍCIOS

36. Na figura abaixo determine a corrente em cada resistor e a diferença de potencial entre a e b. Considere $\mathcal{E}_1 = 6,0 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 5,0 \text{ V}$, $\mathcal{E}_3 = 4,0 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$ e $R_2 = 50 \Omega$.

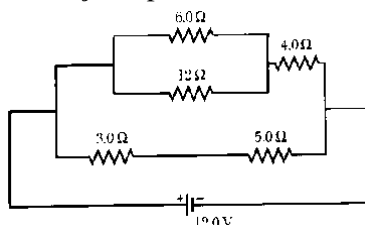


$$-5 + 100i_1 = 0 \Rightarrow \boxed{i_1 = 0,05 \text{ A}}$$

$$-6 + 100i_2 + 4 + 5 = 0 \Rightarrow \boxed{i_2 = 0,06 \text{ A}}$$

$$V_a - 5 - 4 = V_b \Rightarrow V_a - V_b = 5 + 4 \Rightarrow \boxed{V_a - V_b = 9 \text{ V}}$$

37. Um circuito contém cinco resistores ligados a uma bateria cuja fem é de 12 V, conforme é mostrado na figura abaixo. Qual é a diferença de potencial através do resistor de 5,0 Ω ?



$$R_p = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = 4\Omega \quad R_s = 3 + 5 = 8\Omega$$

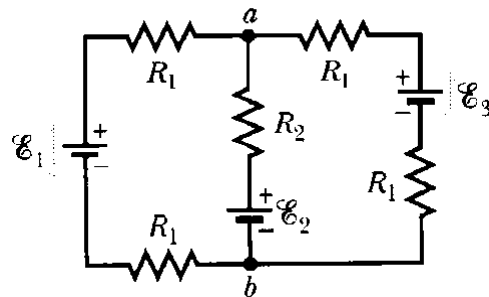
$$R_s = 4 + 4 = 8\Omega \quad R_s = 3 + 5 = 8\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{8}{2} = 4\Omega$$

$$i = \frac{\sum e - \sum e'}{R_{eq}} = \frac{12 - 0}{4} = 3,0A$$

$$i_{5\Omega} = \frac{i}{2} = \frac{3,0}{2} \Rightarrow \boxed{i_{5\Omega} = 1,5A}$$

38. Calcule a corrente que atravessa cada uma das baterias ideais do circuito da figura abaixo. Suponha que $R_1 = 1,0 \Omega$, $R_2 = 2,0 \Omega$, $\varepsilon_1 = 2,0 V$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 4,0 V$. b) Calcule $V_a - V_b$.



usando a lei dos nós, temos:

$$\boxed{i_2 + i_3 = i_1}$$

usando a regra das malhas, temos:

$$2i_2 - 4 + i_1 + 2 + i_1 = 0$$

$$2i_2 + 2i_1 = 2$$

$$\boxed{i_2 + i_1 = 1}$$

usando a regra das malhas, temos:

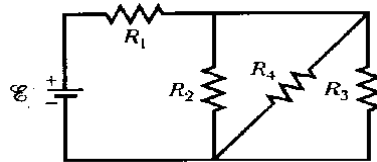
$$i_3 - 4 + i_3 + 4 - 2i_2 = 0$$

$$2i_3 - 2i_2 = 0$$

$$\boxed{i_3 - i_2 = 0}$$

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ i_2 + i_1 = 1 \\ i_3 - i_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} i_1 = 0,67A \\ i_2 = i_3 = 0,67A \end{cases}}$$

39. Na figura abaixo, qual é a resistência equivalente do circuito elétrico mostrado? (b) Qual é a corrente em cada resistor? $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = R_3 = 50 \Omega$, $R_4 = 75 \Omega$ e $\varepsilon = 6,0 \text{ V}$; suponha a bateria ideal.



a)

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{50} + \frac{1}{50} + \frac{1}{75}$$

$$R_p = 18,75\Omega$$

$$R_{eq} = R_p + R_1 = 18,75 + 100$$

$$R_{eq} = 118,75\Omega$$

b)

$$i = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{6 - 0}{118,75}$$

$$i_1 = 0,05A$$

$$V_p = R_p i = 18,75 \cdot 0,05 \Rightarrow \overline{V_p} = 0,9375V$$

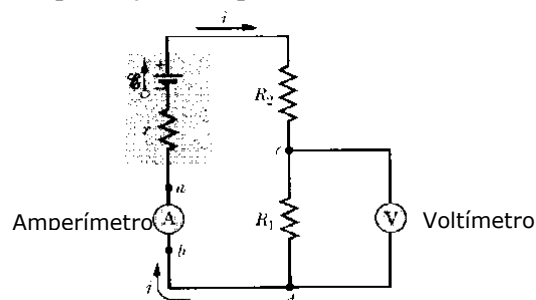
$$V_2 = V_3 = V_4 = V_p = 0,9375V$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{0,9375}{50} \Rightarrow i_2 = 0,01875A$$

$$i_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{0,9375}{50} \Rightarrow i_3 = 0,01875A$$

$$i_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{0,9375}{75} \Rightarrow i_4 = 0,0125A$$

40. Na figura abaixo, suponha que $\varepsilon = 3,0V$, $r = 100\Omega$, $R_1 = 250\Omega$ e $R_2 = 300\Omega$. Sabendo-se que a resistência do voltímetro é $R_V = 5,0K\Omega$, determine o erro percentual cometido na leitura da diferença de potencial através de R_1 ? Ignore a presença do amperímetro.



Primeiramente vamos calcular a ddp entre os pontos c e d sem o voltímetro. Neste caso temos um circuito de malha simples:

$$i = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{3-0}{100+300+250}$$

$$\boxed{i = 4,61mA}$$

$$V_{cd} = R_{cd}i = 250 \cdot 4,61 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{V_{cd} = 1,15V}$$

Agora vamos calcular a ddp entre os pontos c e d com o voltímetro.

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_v} = \frac{1}{250} + \frac{1}{5,0 \times 10^3}$$

$$\boxed{R_p = 238\Omega}$$

$$R_{eq} = R_p + R_2 + r = 238 + 300 + 100$$

$$\boxed{R_{eq} = 638\Omega}$$

$$i = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{3-0}{638}$$

$$\boxed{i = 4,07mA}$$

$$V_{cd} = R_{cd}i = 238 \cdot 4,07 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{V_{cd} = 1,12V}$$

Calculo do erro percentual

$$\left. \begin{array}{l} 1,15V \rightarrow 100\% \\ 0,03V \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{0,03 \cdot 100\%}{1,15} = \boxed{2,6\%}$$

41. Na figura do exercício anterior (53), suponha que $\varepsilon = 5,0V$, $r = 2,0 \Omega$, $R_1 = 5,0 \Omega$ e $R_2 = 4,0 \Omega$. Sabendo-se que a resistência do amperímetro é $R_A = 0,10\Omega$, determine o erro percentual cometido na leitura da corrente? Suponha que o voltímetro não esteja presente.

Primeiramente vamos calcular a corrente sem o amperímetro.

$$i = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{5-0}{2+4+5}$$

$$\boxed{i = 0,454545A}$$

Agora vamos calcular a corrente com o amperímetro.

$$i = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{5 - 0}{2 + 4 + 5 + 0,1}$$

$$\boxed{i = 0,4504A}$$

Calculo do erro percentual

$$\left. \begin{array}{l} 0,4545A \rightarrow 100\% \\ 4,1 \times 10^{-3} \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{4,1 \times 10^{-3} \cdot 100\%}{0,4545} = \boxed{0,9\%}$$