

## **MOMENTO ANGULAR E SPIN** (L. D. Landau<sup>†</sup>, Physique Théorique, Tome 3, ed. MIR Moscovo)

Tanto na Mecânica Clássica quanto na Mecânica Quântica, a lei da conservação do momento angular é uma consequência da isotropia do espaço em relação a um sistema fechado. Já neste fato se revela a ligação que há entre o momento angular e as propriedades de simetria com respeito às rotações. Mas, na Mecânica Quântica esta ligação torna-se particularmente profunda e constitui a substância do conteúdo fundamental do conceito de momento angular de uma partícula, tanto mais que a definição clássica de momento angular de uma partícula como o produto  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ , perde aqui seu significado dada a impossibilidade de medir simultaneamente as duas grandezas em questão: o raio vetor  $\mathbf{r}$  e o impulso  $\mathbf{p}$  (conhecido também como momento do impulso ou momento cinético).

Os valores de  $\ell$  e  $m$  determinam a dependência angular da função de onda de uma partícula e, logo, todas as suas propriedades de simetria em relação às rotações. Na forma mais geral a formulação desta propriedade reduz-se à dedução da lei de transformação das funções de onda nas rotações do sistema de coordenadas.

A função de onda  $\psi_{L,M}$  de um sistema de partícula (com os valores do momento angular  $L$  e da sua projeção  $M$ ) não se altera (com precisão salvo um fator de fases sem importância) apenas na rotação do sistema de coordenadas em torno do eixo  $Z$ . Qualquer rotação, porém, que muda a direção do eixo  $Z$  tem com consequência que a projeção do momento angular sobre o eixo  $Z$  já não tenha mais um valor determinado. Isto vale dizer que no novo sistema de coordenadas a função de onda se transforma, em geral, em uma superposição (combinação linear) de  $2L + 1$  funções correspondentes aos diversos valores possíveis de  $M$  (para um dado  $L$ ); pode-se dizer que nas rotações do sistema de coordenadas as  $2L + 1$  funções  $\psi_{L,M}$  transformam-se umas nas outras (segundo a terminologia matemática, estas funções realizam as chamadas representações irredutíveis do grupo de rotações. O número de funções que se transformam entre si é denominado dimensão da representação, e se supõe que não existem combinações lineares destas funções tais que este número passa ser ulteriormente diminuído). A lei desta transformação, isto é, os coeficientes da superposição (como funções dos ângulos de rotação dos eixos das coordenadas), é determinada completamente pela denotação dos valores de  $L$ . Deste modo, o momento angular adquire o significado de um número quântico que classifica os estados do sistema segundo as suas propriedades de transformação com respeito às rotações do sistema de coordenadas. Este aspecto do conceito de momento angular tem uma importância essencial na mecânica quântica porque ele não é ligado diretamente com a depen-

---

<sup>†</sup> Prêmio Nobel em 1962 pelas teorias pioneiras sobre a matéria condensada.

dência explícita das funções de onda com respeito aos ângulos; a lei de transformação das funções de onda entre si pode ser formulada de modo independente, sem se recorrer à dependência angular.

Consideremos uma partícula composta (por exemplo, um núcleo atômico) que se encontre num determinado estado interno e cujo baricentro esteja em repouso. Além de uma energia interna determinada, ela possui também um determinado valor do momento angular  $L$ , que depende do movimento interno das partículas componentes; este momento angular pode ter  $2L + 1$  orientações diversas no espaço, ou seja, ao considerar o movimento de uma partícula composta como um todo devemos, além de suas coordenadas, atribuir ainda uma variável discreta: a projeção do seu momento angular interno sobre uma direção qualquer do espaço.

Considerando o momento angular nos termos supraindicados, a questão da sua origem não é mais essencial, e chegamos naturalmente à idéia do momento angular “intrínseco” que deve ser atribuído a uma partícula, independente do fato de que seja essa composta ou elementar.

Deste modo, na mecânica quântica deve-se atribuir à partícula elementar um momento angular intrínseco não ligado com seu movimento no espaço. Esta propriedade das partículas elementares é especificamente quântica (essa desaparece na passagem ao limite  $\hbar \rightarrow 0$ ) e, por conseguinte não admite uma interpretação clássica. Seria absolutamente um absurdo considerar o momento angular intrínseco de uma partícula elementar como resultado da sua rotação em torno do próprio eixo.

O momento angular intrínseco de uma partícula é chamado *spin* da partícula, em distinção ao momento angular ligado ao movimento da partícula no espaço, que é denominado momento angular orbital (a idéia física da presença no elétron de um momento angular intrínseco foi proposta por G. Uhlenbeck e S. Goudsmit, em 1925. Na mecânica quântica o spin foi introduzido por W. Pauli em 1927). Pode tratar-se de uma partícula elementar ou composta, mas que se comporte em uma série de fenômenos considerados como elementar (por exemplo, um núcleo atômico). O spin de uma partícula (medido, como o momento angular orbital, em unidades de  $\hbar$ ) é frequentemente denotado por  $s$ .

Para as partículas possuidoras de spin, a descrição do estado mediante a função de onda deve determinar não somente as probabilidades das suas diversas posições no espaço, mas ainda as probabilidades das diversas orientações possíveis de seu spin. Em outras palavras a função de onda deve depender não apenas das três variáveis contínuas, isto é, das coordenadas da partícula, mas também de uma variável de spin discreta que determina o valor da projeção do spin do spin sobre uma direção escolhida do espaço (eixo  $Z$ ) e suscetível de um número determinado de valores discretos.