

4

Estudos de Fluxo de Potência

Rev. 2017/1

Objetivos do capítulo: definir o que é fluxo de potência (ou fluxo de carga), caracterizar sua importância, suas aplicações, bem como apresentar métodos de cálculo e de solução computacional.

Conteúdo

4.1 Considerações iniciais	1
4.2 Fluxo de potência simplificado.....	2
4.3 Leituras complementares.....	6
4.3.1 O balanço da potência ativa e seus efeitos sobre a frequência do sistema – mecanismo carga-frequência.....	6
4.3.2 O balanço da potência reativa e seu efeito sobre a tensão do sistema.....	7
4.4 Exercícios iniciais de fluxo de potência	9
4.5 Estudo do fluxo de potência na prática.....	12
4.6 Itens de revisão.....	12
4.6.1 Matriz admitância de barra.....	12
4.6.2 Matriz impedância de barra.....	14
4.6.3 Representação das máquinas síncronas	14
4.7 Equações do fluxo de potência	15
4.8 Métodos iterativos de Gauss e Gauss-Seidel.....	18
4.8.1 Cálculo de fluxo de potência por Gauss-Seidel – sistema sem barras PV	19
4.8.2 Algoritmo proposto – sistema sem barras PV.....	20
4.8.3 Fator de aceleração.....	20
4.9 Exercícios – fluxo de potência por Gauss-Siedel.....	21
4.10 Considerações sobre a barra de oscilação.....	22
4.11 Método iterativo de Newton-Raphson	22
4.12 Método de Newton-Raphson aplicado ao fluxo de potência.....	23
4.12.1 Sistemas com a barra de oscilação e somente barras de carga PQ.....	24
4.12.2 Sistemas com barras de oscilação, carga PQ e de tensão controlada PV	25
4.13 Introdução ao uso do PowerWorld Simulator	30
4.14 Controle de fluxo de potência	39
4.14.1 Banco capacitivo conectado à barra	40
4.14.2 Ajuste da excitação de uma máquina síncrona.....	40
4.14.3 Transformador regulador.....	41
4.14.4 Compensadores estáticos	41
4.15 Exercícios finais.....	42
Referências bibliográficas	44
Anexo A – Programa para Fluxo de Potência: método de Gauss-Siedel – Sistema sem Barras PV.....	45

Capítulo 4 – Estudos de Fluxo de Potência

4.1 Considerações iniciais

O mais importante modo de funcionamento do sistema elétrico é o *regime permanente simétrico*, que é o *estado normal* de funcionamento do sistema, [1]. O denominado estudo de *fluxo de potência* (ou *fluxo de carga*) é realizado considerando essa situação. Ele permite analisar as características de funcionamento global do sistema.

A *principal função de um sistema de energia elétrica* é a de fornecer as potências ativas e reativas, necessárias às diversas cargas a ele ligadas, como ilustra a 4.1, onde as potências geradas *fluem* pela rede elétrica a fim de atender as cargas localizadas em determinadas barras. Simultaneamente, a frequência e as várias tensões de barra devem ser mantidas dentro de limites especificados, apesar das variações, por vezes grandes e até certo ponto imprevisíveis, que podem apresentar as demandas das cargas.

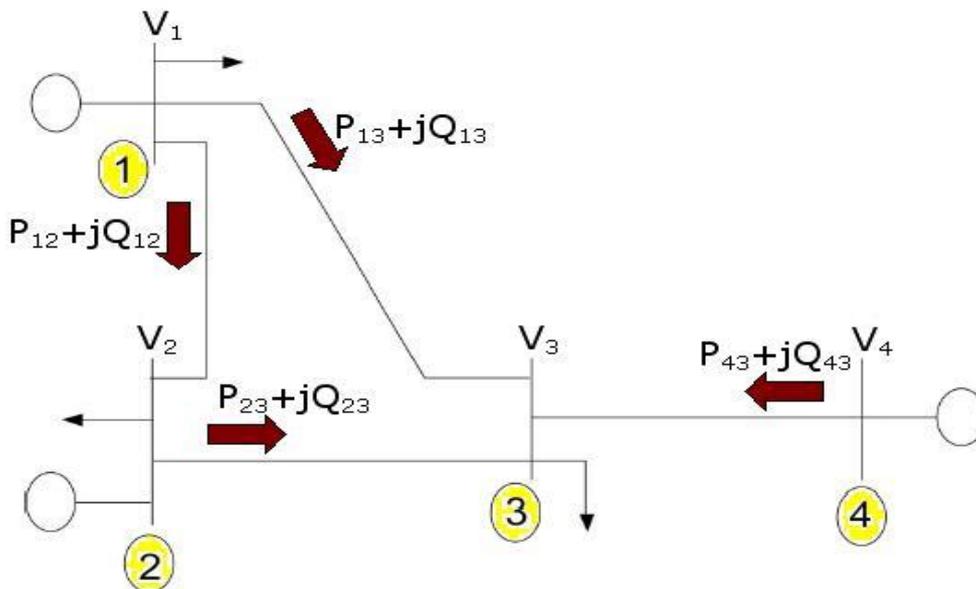


Fig. 4.1. Sistema exemplo: geração (barras 1, 2 e 4), cargas (barras 1, 2 e 3) e fluxo das potências pela rede elétrica.

A fig. 4.1 mostra que as barras, numeradas de 1 a 4, têm uma tensão caracterizada por módulo e ângulo de fase, isto é, para uma *barra i* a tensão é expressa por $V_i = |V_i| \angle \delta_i$. Além disso, nota-se os fluxos de potências com suas componentes ativa e reativa, ou seja, uma potência aparente complexa que flui de uma *barra i* para uma *barra j* é dada por: $S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$.

O estudo de fluxo de potência determina, essencialmente, o módulo e ângulo da tensão de cada barra do sistema e as potências ativa e reativa que circulam nas linhas de transmissão. Outras grandezas podem ser obtidas, tais como: correntes nas linhas; potências a serem geradas e divididas entre geradores; perdas nas linhas. A partir desse estudo pode-se verificar problemas de tensão, sobrecargas, etc. É realizado pelas concessionárias através de programas computacionais.

Questões importantes em sistemas elétricos e fluxo de potência:

- Qual é a maneira mais econômica de dividir a carga entre os vários geradores de uma rede elétrica em função de seus custos de geração? Como minimizar as perdas de transmissão através da escolha de melhores rotas? Quais são as melhores configurações de rede para atender as demandas de carga?
- Qual é o efeito de interligações, novas linhas, novas cargas, novos geradores?
- Como manter o estado de funcionamento em regime permanente?

As questões no item (a) estão relacionadas ao estudo de *despacho econômico de energia*. A letra (b) diz respeito ao *planejamento e expansão do sistema*. A questão (c) é concernente aos *problemas de controle e operação do sistema*. Todos esses estudos têm como base o de *fluxo de potência*, daí a sua grande importância teórica e prática.

Para citar apenas um de inúmeros exemplos, a referência [2] apresenta um artigo intitulado "Integração das Usinas do Rio Madeira ao Sistema Interligado", o qual reporta o uso de *estudos de fluxo de potência* para simulações energéticas. A fig. 4.2(a) extraída dessa referência ilustra a caracterização do problema, enquanto que a fig. 4.2(b) mostra, após vários e diferentes estudos, a alternativa recomendada.

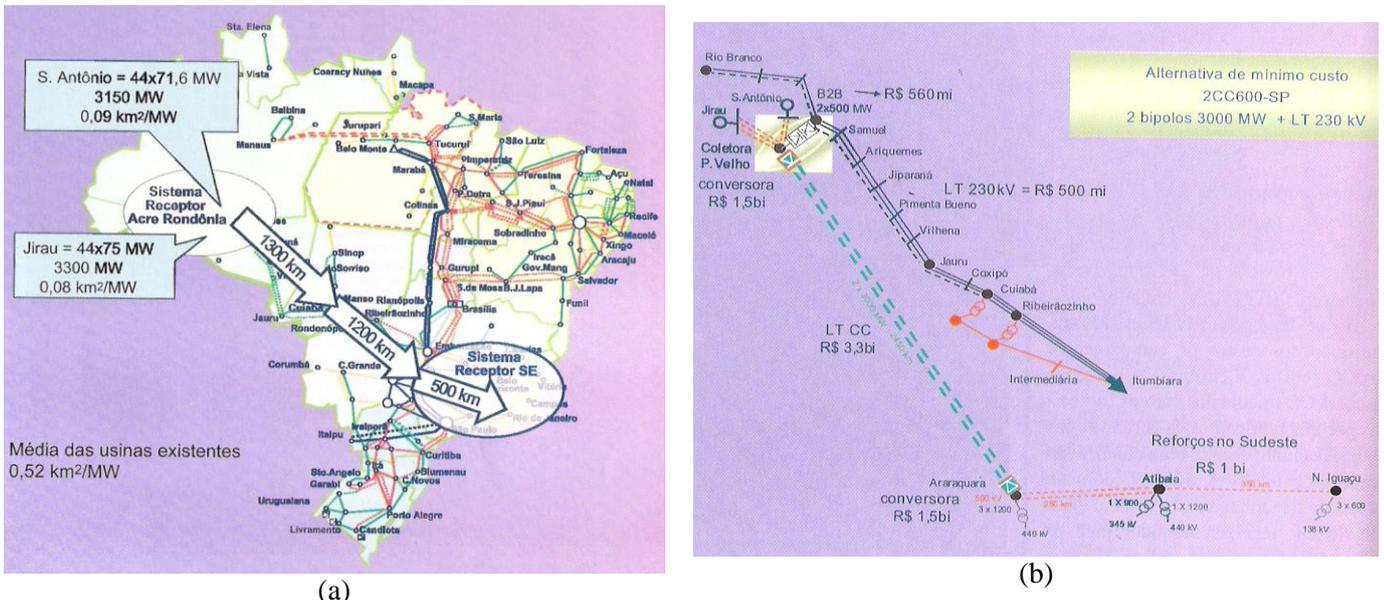


Fig. 4.2. Aproveitamentos hidrelétricos Jirau e Santo Antônio no rio Madeira [2]:
 (a) Caracterização e distâncias. (b) Alternativa recomendada e investimentos associados.

4.2 Fluxo de potência simplificado

Como motivação inicial ao estudo de fluxo de potência, considera-se um caso bem simples, de uma linha de transmissão curta, desprezando-se ainda as perdas ativas ($R = 0$). A linha de transmissão é percorrida por uma corrente expressa pelo fasor I , como mostra o circuito equivalente da fig. 4.3.

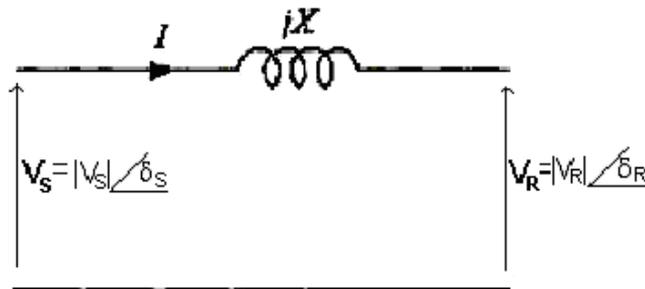


Fig. 4.3. Modelo da LT curta sem perdas. V_s e V_r são os fasores das tensões (pu) das barras s e r , respectivamente.

Como objetivo, deseja-se determinar as expressões das potências ativa P e reativa Q que fluem da barra transmissora s (*sending end*) para a barra receptora r (*receiving end*), ver a fig. 4.4.

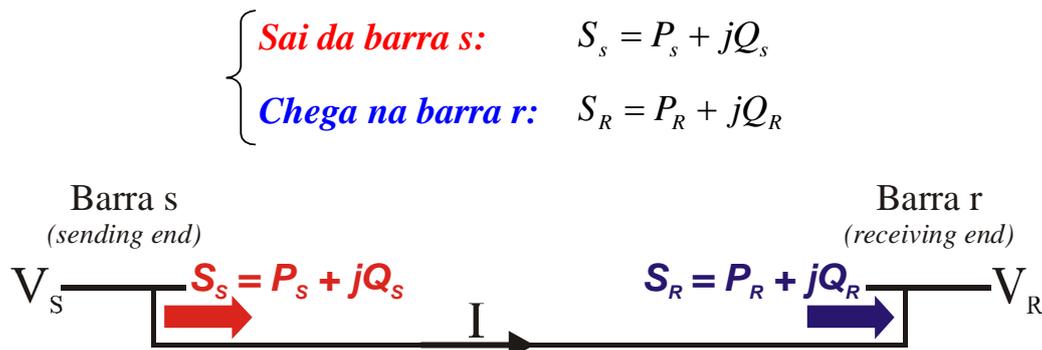


Fig. 4.4. Potências que saem e chegam nas barras do sistema.

A potência aparente complexa é expressa por:

$$S = P + jQ = VI^* \quad (4.1)$$

Do circuito da fig. 4.3 a corrente é:

$$I = \frac{V_S - V_R}{jX} \quad (4.2)$$

Assim, na barra transmissora (*barra s*), a potência complexa é:

$$S_S = \frac{V_S}{-jX} (V_S^* - V_R^*) \quad (4.3)$$

As tensões nas barras V_S e V_R , representadas no diagrama fasorial da fig. 4.5, são expressas por:

$$V_S = |V_S| \angle \delta_S \text{ ou, } V_S = |V_S| e^{j\delta_S}$$

$$V_R = |V_R| \angle \delta_R \text{ ou, } V_R = |V_R| e^{j\delta_R}$$

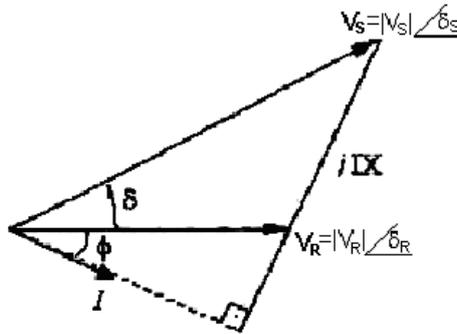


Fig. 4.5. Diagrama fasorial com V_S e V_R , sistema da fig. 4.3.

Substituindo V_S e V_R em (4.3), obtém-se:

$$S_S = \frac{|V_S| \cdot |V_S| e^{j(\delta_S - \delta_S)} - |V_S| \cdot |V_R| e^{j(\delta_S - \delta_R)}}{-jX} \Rightarrow S_S = \frac{|V_S|^2 - |V_S| \cdot |V_R| e^{j\delta}}{-jX}$$

onde δ é o denominado *ângulo de potência* ou *abertura angular da linha*, sendo dado pela diferença dos ângulos das tensões das barras, isto é:

$$\delta = \delta_S - \delta_R$$

Pela *Fórmula de Euler* $e^{j\delta} = \cos\delta + j\text{sen}\delta$, S_S pode ser rescrita como:

$$S_S = \frac{|V_S| \cdot |V_R|}{X} \text{sen}\delta + j \frac{1}{X} (|V_S|^2 - |V_S| \cdot |V_R| \cos\delta)$$

Separando as partes real e imaginária da equação anterior obtém-se, respectivamente, as potências ativa P_S e reativa Q_S saindo da barra transmissora:

$$P_S = \frac{1}{X} (|V_S| \cdot |V_R| \text{sen}\delta) \quad (4.4)$$

$$Q_S = \frac{1}{X} (|V_S|^2 - |V_S| \cdot |V_R| \cos\delta) \quad (4.5)$$

Analogamente para a barra receptora:

$$S_R = P_R + jQ_R = V_R I^*$$

Então pode-se mostrar que as potências *chegando* na barra receptora são:

$$P_R = \frac{1}{X} (|V_S| \cdot |V_R| \sin \delta) \quad (4.6)$$

$$Q_R = \frac{1}{X} (|V_S| \cdot |V_R| \cos \delta - |V_R|^2) \quad (4.7)$$

Com os sentidos dos fluxos das potências indicados na fig. 4.4, isto é, da esquerda para a direita. Este sistema, embora simples, fornece conclusões muito importantes:

a) Fluxo da potência ativa P

A potência transmitida varia aproximadamente com o produto das magnitudes das tensões.

A máxima transmissão de potência ativa teoria ocorre quando $\delta = 90^\circ$:

$$P_{S \max} = P_{R \max} = \frac{|V_S| \cdot |V_R|}{X} \quad (4.8)$$

embora na prática as linhas de transmissão raramente funcionam com ângulos de potência superiores à 30° .

Para uma determinada linha de transmissão ($X = \text{constante}$) e mantendo as tensões nas barras constantes pode-se escrever a equação da potência transmitida como:

$$P_{\text{transmitida}} = P_{\max} \sin \delta$$

Assim, a única maneira de afetar o valor da potência transmitida é mudando o ângulo δ . Quando um aumento da carga força o crescimento da potência transmitida, isso ocorre por meio de um aumento desse ângulo entre V_S e V_R . A fig. 4.6 mostra a relação entre a potência transmitida e o *ângulo de potência* δ . Note que a potência muda de sinal com a mudança de sinal de δ . Portanto, o sentido do fluxo de potência é determinado simplesmente pela tensão, V_S ou V_R , que esteja adiantada em relação à outra.

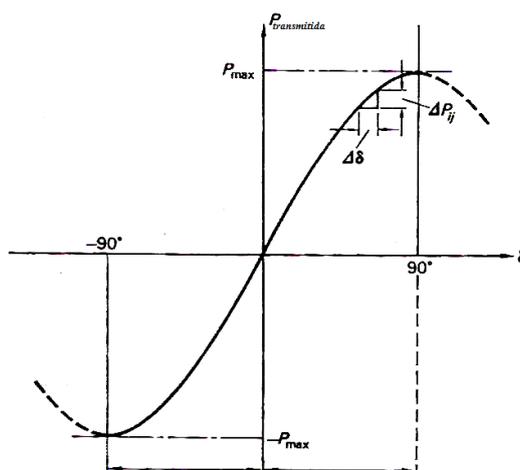


Fig. 4.6. Potência transmitida pela linha em função do ângulo de potência δ (onde $\delta = \delta_S - \delta_R$).

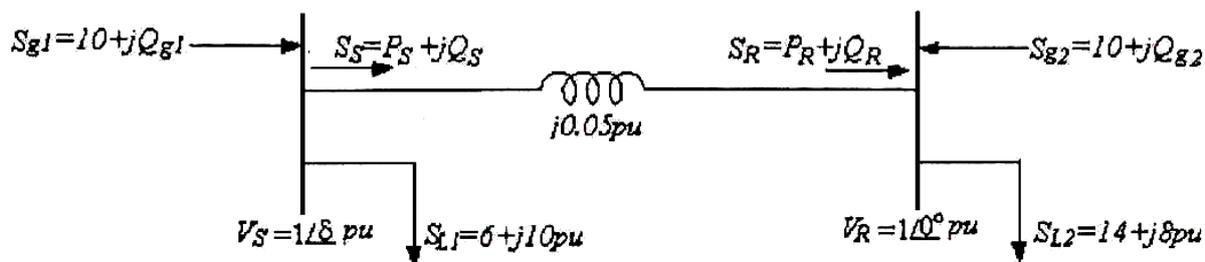
b) Fluxo da potência reativa Q

Nota-se que o sentido do fluxo da potência reativa é determinado principalmente pelo sentido maior tensão para menor tensão de barra, visto que $\cos \delta$ não varia muito, isto é:

Quando $|V_S| > |V_R| \cos \delta$ (**barra s** \rightarrow envia potência reativa, $Q_S > 0$)
 Quando $|V_S| \cos \delta > |V_R|$ (\rightarrow **barra r** recebe potência reativa, $Q_R > 0$)

Como o sistema opera com ângulos δ relativamente pequenos, então a potência reativa tende a fluir da maior tensão para a menor tensão em módulo. Percebe-se a maior dependência do fluxo da potência reativa com as tensões nas barras.

Exemplo 4.1: seja um sistema simples composto por duas barras e uma LT sem perdas ativas ($R_{Linha} = 0$), com as injeções de potência S_g e cargas S_L , como mostra a figura:



Deseja-se que o sistema elétrico funcione com $V_R = V_S = 1,0$ pu. Calcular em pu: o fluxo das potências ativa e reativa em ambas as extremidades da linha para que isso ocorra, ou seja, P_S, Q_S, P_R, Q_R ; as potências reativas que os geradores 1 e 2 devem fornecer, isto é, Q_{G1} e Q_{G2} ; a potência reativa "consumida" na LT.

Solução: adota-se $V_R = 1 \angle 0^\circ$ como referência angular. Assim, $V_S = 1 \angle \delta$.

Pelo princípio da conservação de energia (linha sem perdas): $P_R = P_S = 10 - 6 = 4$ pu.

Da eq. (4.4) ou (4.6):

$$4 = \frac{(1)(1)}{0,05} \text{sen} \delta$$

de onde $\delta = 11,54^\circ$ e, portanto, $V_S = 1 \angle 11,54^\circ$.

De (4.5) e (4.7):

$$Q_S = \frac{1}{0,05} (1^2 - 1 \cdot 1 \cos 11,54^\circ) = 0,4043 \text{ pu}$$

$$Q_R = \frac{1}{0,05} (1 \cdot 1 \cos 11,54^\circ - 1^2) = -0,4043 \text{ pu}$$

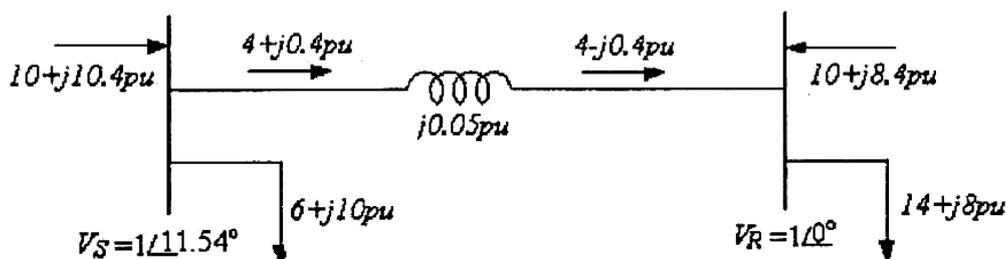
Assim,

$$Q_{G2} = 8 + 0,4043 = 8,4043 \text{ pu}$$

$$Q_{G1} = 10 + 0,4043 = 10,4043 \text{ pu}$$

Logo, a potência reativa "consumida" na linha é igual a: $Q_{LT} = 0,4043 + 0,4043 = 0,8086$ pu;

É necessário haver a geração de potências reativas de 10,4043 pu e 8,4043 pu nas barras s e r, respectivamente, para manter a magnitude de suas tensões em 1,0000 pu. O fluxo de potência completo no sistema assim obtido é mostrado na figura abaixo:



Neste exemplo pode ser mostrado o princípio do balanço de potência: tudo o que é gerado é utilizado no sistema para suprir as perdas e alimentar as cargas, isto é, de uma forma geral:

$$P_{Gerado} = P_{perdas} + P_{cargas} \text{ e } Q_{Gerado} = Q_{perdas} + Q_{cargas}$$

4.3 Leituras complementares

Obs.: texto desta seção e figuras extraídos da referência [1], com adaptações.

4.3.1 O balanço da potência ativa e seus efeitos sobre a frequência do sistema – mecanismo carga-frequência

A inter-relação, *carga-frequência* é um dos mais importantes fenômenos em um sistema de potência, daí a importância de sua compreensão, destacada nesse item.

A *frequência está intimamente relacionada com o balanço de potência ativa na rede inteira*. Sob condições normais de funcionamento, os geradores do sistema giram *em sincronismo*, e, juntos, geram a potência que, a cada instante, está sendo consumida por todas as cargas, mais as perdas ativas de transmissão. Estas, da ordem de uns poucos por cento, consistem em perdas ôhmicas nos vários componentes da transmissão, em perdas por efeito corona nas linhas, e em perdas nos núcleos de transformadores, de geradores, etc. Deve-se lembrar que a energia está sendo transmitida com a velocidade da luz, e, uma vez que ela não está sendo armazenada¹ em nenhuma parte do sistema, conclui-se que *a taxa de produção de energia deve ser igual à taxa de consumo mais perdas*.

O funcionamento sincronizado dos geradores representa um estado *estável* do sistema. Assim, quando um gerador é sincronizado numa rede, aparecem forças eletromecânicas no interior da máquina, que tendem a mantê-la girando na mesma velocidade que o resto da rede. Com a velocidade do gerador "amarrada" à do restante do sistema, pode-se controlar a geração de potência ativa, controlando o conjugado aplicado ao gerador, pela máquina motriz (turbina). Abrindo um válvula de vapor e, portanto, aumentando a pressão do vapor nas lâminas da turbina, ou, no caso de uma turbina hidráulica, abrindo as entradas de água, aplica-se um conjugado maior ao eixo do gerador, *tendendo*, portanto, a acelerá-lo. (Veja na fig. 4.7 a ilustração de um gerador com turbina movida a vapor).

No entanto, sua velocidade está presa à do resto do sistema e o que ocorre é que o rotor avança seu ângulo de rotação de uns poucos graus. Isso resulta num aumento na corrente e na potência fornecidas e, ao mesmo tempo, a corrente cria um conjugado de desaceleração no interior da máquina, que é exatamente oposto ao aumento do conjugado de aceleração.

No interior de cada gerador existe, assim, um delicado mecanismo automático de balanceamento de conjugado. Se esse balanceamento fosse perfeito em todos os geradores, suas velocidades e, portanto, a frequência permaneceriam constantes. A maneira ideal de operar o sistema seria, portanto, instruir os operadores das máquinas para regularem todas as entradas de água e válvulas de vapor, em valores que correspondam *exatamente* à demanda da carga. Ter-se-ia então um perfeito balanceamento da potência ativa, com velocidade e frequência constantes.

Porém a realidade não é assim tão cômoda. A carga do sistema pode ser prevista somente dentro de certos limites. Suas flutuações são inteiramente aleatórias, sendo realmente impossível conseguir um perfeito equilíbrio instantâneo entre geração e demanda. *Haverá sempre* um pequeno excesso ou deficiência na geração, e *esse constante desequilíbrio causará flutuações de frequência*.

Para entender esse fato, considere o que aconteceria se um sistema estivesse funcionando a 60,00 Hz, com perfeito equilíbrio de potência e, subitamente, experimentasse um pequena diminuição na carga. Suponha que a regulação das válvulas dos equipamentos de acionamento dos geradores permaneça inalterada (uma vez que elas ignoram a mudança na carga), o que significa que os conjugados de acionamento não variam. A diminuição na carga resulta num decréscimo da corrente que seria distribuída por todos os geradores, acarretando uma ligeira diminuição dos conjugados eletromecânicos de todas as máquinas. Todas elas experimentarão, portanto, um pequeno aumento no conjugado de acionamento, resultando num aumento na velocidade (e na frequência).

A taxa segundo a qual a velocidade (e a frequência) aumentou depende do momento de inércia total do equipamento girante. Todos os milhares de motores que, nesse instante, estão sendo alimentados pela rede, também sofrerão o aumento de frequência; suas velocidades e seus conjugados crescerão e eles retirarão uma maior potência da rede. O aumento de carga resultante logo equilibrará a diminuição que iniciou essa longa cadeia de eventos, e então a frequência elevar-se-á, atingindo um novo valor.

Essa inter-relação, *carga-frequência* foi aqui discutida com detalhes, por tratar-se de um dos mais importantes e básicos fenômenos num sistema de potência. O exemplo que foi discutido é real em todos os aspectos, exceto um: no caso real, a regulação dos equipamentos de acionamento dos geradores não

¹ O armazenamento que ocorre nos elementos reativos (bobinas e capacitores), duas vezes por ciclo, apresenta um valor médio zero, e, nessas condições, não entra nessa análise.

permanece fixa em face das variações de frequência. O leitor atento provavelmente já chegou à importante conclusão de que por *constituir-se num indicador sensível do balanço de energia no sistema, a frequência (ou a velocidade) deve ser usada no sensor do sistema de controle, cuja finalidade é promover tal balanço, automaticamente*, como ilustra a fig. 4.7.

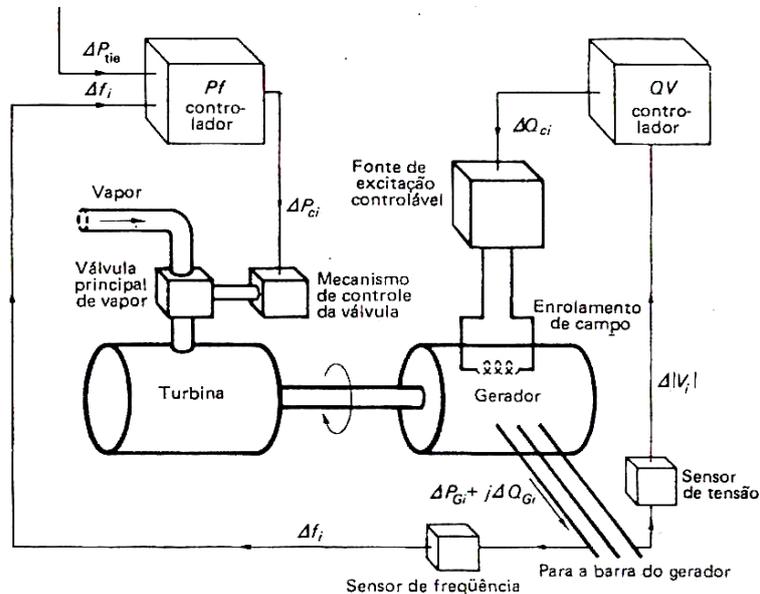


Fig. 4.7. Ilustração dos controles de um gerador [1].

4.3.2 O balanço da potência reativa e seu efeito sobre a tensão do sistema

Assim como a constância da frequência do sistema é a melhor garantia de que o balanço da potência ativa está sendo mantido no sistema, também um perfil *constante* de tensão de barra garante que o equilíbrio está sendo mantido, entre a potência reativa produzida e consumida. Sempre que o módulo de uma dada tensão de barra sofrer *variações*, isso significará que o balanço de Q não está sendo mantido na barra em questão.

Para entender essa situação, considere o sistema de duas barras da fig. 4.8(a). A carga $P+jQ$ é alimentada pela *barra 2* (*barra PQ*). Como não existe gerador nessa barra, a carga deve ser alimentada por meio da linha, a partir da barra 1.

Para a análise adota-se as seguintes hipóteses simplificadoras, todas perfeitamente razoáveis:

- 1) A tensão de barra V_1 é mantida com módulo constante, por meio do controle de campo do gerador G_1 . A tensão nessa barra é escolhida como a referência, isto é: $V_1 = |V_1| \angle 0^\circ$.
- 2) A impedância da linha de transmissão é puramente indutiva, isto é, $Z = jX$.
- 3) A potência da linha é igual a $P+jQ$. Uma vez que desprezou-se a resistência da linha, isso não implica em aproximação, no que diz respeito a P . No entanto, devido às perdas reativas na reatância da linha a potência reativa é um pouco maior no terminal correspondente ao gerador.

Devido à queda de tensão ao longo da linha, tem-se a seguinte relação entre tensões:

$$V_2 = V_1 - IZ$$

A corrente de linha I satisfaz à relação:

$$V_1 I^* \cong P + jQ$$

Portanto:

$$I \cong \frac{P - jQ}{(V_1 \angle 0^\circ)^*} = \frac{P - jQ}{V_1}$$

Voltando na expressão da tensão na barra 2, obtém-se:

$$V_2 = V_1 - \frac{P - jQ}{V_1} jX \Rightarrow V_2 = V_1 - \frac{X}{V_1} Q - j \frac{X}{V_1} P$$

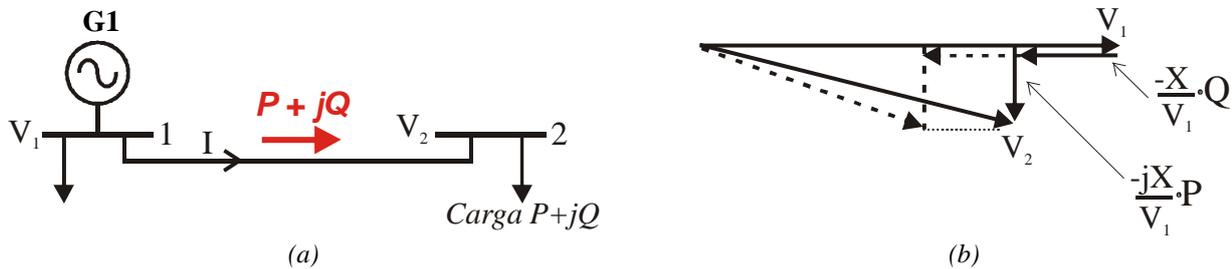


Fig. 4.8. Mudança no perfil de tensão como função do fluxo de potência reativa na linha [1].

Os três fasores são mostrados no diagrama fasorial da figura 4.7(b). Segue-se imediatamente do diagrama, que:

- 1) Uma variação da potência *ativa* P afeta o fasor queda de tensão que é *perpendicular* a V_1 . Portanto, não ocorrerá nenhuma variação apreciável no *módulo* $|V_2|$.
- 2) Uma variação da potência *reativa* Q afeta o fasor queda de tensão que está em fase com V_1 . A variação no *módulo* $|V_2|$ é, portanto, essencialmente proporcional a Q . No diagrama fasorial, os fasores queda de tensão tracejados ilustram a variação de V_2 se a potência reativa dobrar.

Se deseja-se manter constante o módulo $|V_2|$, deve-se fazer com que as demandas variáveis de Q sejam compensadas localmente na barra 2, de modo que elas não necessitem ser transportadas pela linha, com os fortes efeitos que resultam sobre a tensão.

A geração local de Q pode ser conseguida por capacitores em paralelo e/ou capacitores síncronos. Como se sabe as cargas compostas são tipicamente *indutivas*. Com o aumento da carga ativa, segue-se um aumento da carga reativa. Existe, portanto, num sistema normal, a tendência de caírem as tensões durante os períodos de pico de carga.

Efeitos opostos ocorrem durante os períodos em que a carga é baixa, nas primeiras horas da manhã. Devido ao sempre presente efeito capacitivo em paralelo nas linhas, particularmente, nos cabos, pode-se realmente ter-se um *excesso de potência reativa* nesses períodos. Isso significa que o fluxo de Q na fig. 4.8(a) muda de sentido, o mesmo ocorrendo com o fasor XQ/V_1 , na fig. 4.8(b), resultando na transformação da queda de tensão com o *aumento de tensão*. Pode ser necessário, durante os períodos de carga baixa, ligar elementos consumidores de Q , isto é, reatores indutivos em paralelo, a certos pontos da rede, para evitar o crescimento exagerado da tensão.

Afinal, por quê deseja-se controlar a tensão? Praticamente todos os equipamentos usados num sistema de potência são projetados para funcionar num dado nível de tensão, a *tensão nominal* ou *tensão de placa*. Se a tensão do sistema afastar-se desse valor, o desempenho desses equipamentos, bem como sua expectativa de vida, caem. Por exemplo, o conjugado de um motor de indução é proporcional ao quadrado da tensão aplicada; o fluxo luminoso de uma lâmpada depende da tensão, etc.

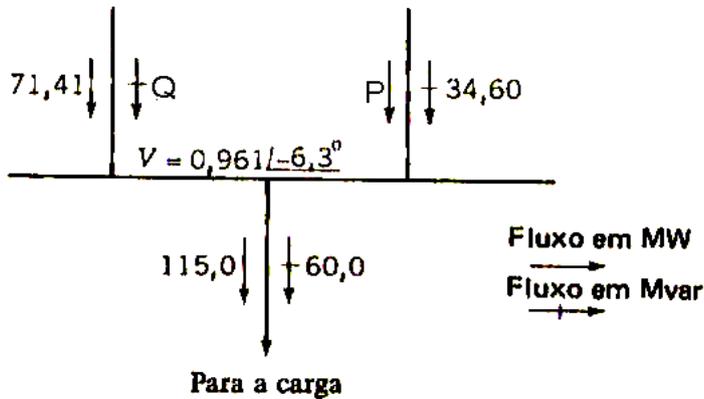
São, portanto, fortes, os motivos para controlar o nível de tensão num sistema de potência. Mudando a relação de transformação nos transformadores mais importantes (mudanças nos *taps*), pode-se compensar esse perfil variável da tensão primária e manter a tensão secundária constante, nos níveis do consumidor.

Concluindo, a frequência e a tensão são duas grandezas de operação muito importantes do sistema elétrico como um todo, e, por isso, devem ser mantidas dentro de certos limites estabelecidos, em uma faixa bem restrita. Para informações sobre os valores nacionais recomenda-se consultar os *sites* da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS).

4.4 Exercícios iniciais de fluxo de potência

(01) Após cálculos em determinados sistemas elétricos, obteve-se os seguintes fluxos de potência chegando a uma barra. Determine os fluxos P e Q que estão faltando.

(a)



(b)



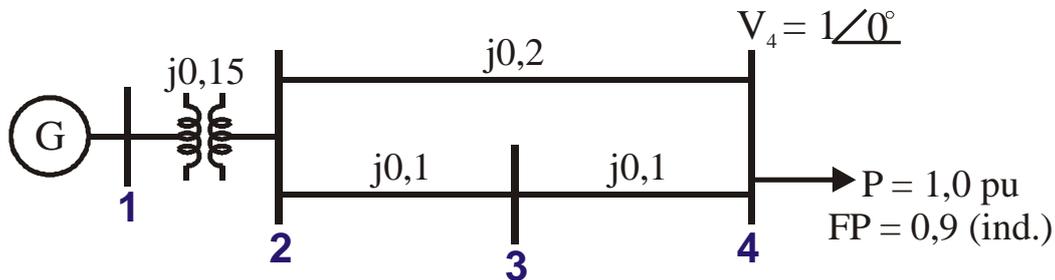
(02) Seja um sistema de potência semelhante ao do **exemplo 4.1**, porém com $|V_s| = 1,0$ pu e $|V_R| = 1,1$ pu. As cargas nas barras são $S_{L1} = 3 + j4$ pu, $S_{L2} = 7 + j6$ pu, e a potência ativa suprida por cada gerador é $5,0$ pu. Se a reatância da linha é $0,08$ pu, determine:

- O diagrama unifilar do sistema com os dados acima. (Inclua depois do estudo do fluxo de potência as demais grandezas obtidas em pu).
- O fluxo das potências ativas e reativas, saindo e chegando das barras.
- As potências reativas que devem ser injetadas pelas gerações em ambas as barras.
- A potência reativa consumida na linha.
- A corrente que flui da barra s para a barra r .
- Elabore um diagrama unifilar inserindo as grandezas em suas unidades, considerando como bases $S_b = 10$ MVA e $V_b = 13,8$ kV.

(03) Acrescente um gerador à barra 2, do sistema de duas barras da fig. 4.8(a) e redesenhe seu diagrama unifilar. Deseja-se determinar as potências a serem fornecidas pelos geradores a fim de manter o perfil de tensão horizontal, sendo que as duas tensões de barras devem ser mantidas com módulos iguais a $1,0$ pu, isto é, deseja-se $|V_1| = |V_2| = 1,0$ pu. Dados:

- A reatância da linha vale $0,03$ pu e sua resistência é desprezada.
- As cargas nas duas barras são: $S_{L1} = 10,0 + j3,0$ pu e $S_{L2} = 20,0 + j10,0$ pu.
- Da carga ativa total só $10,0$ pu podem ser gerados pelo gerador na barra 2, devido ao seu tamanho.

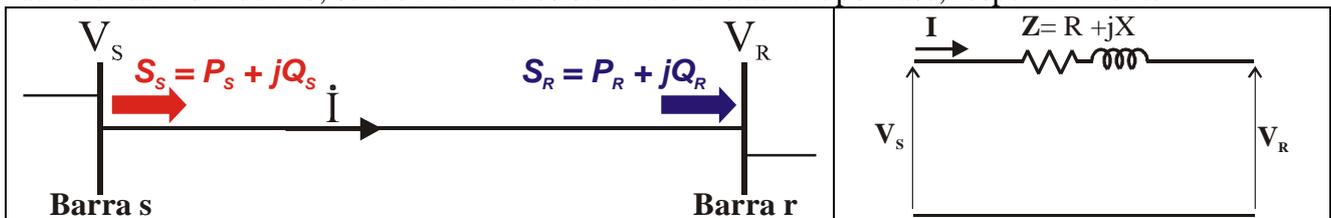
(04) Seja o diagrama unifilar de um sistema trifásico com os valores em pu (com relação a uma mesma base). As resistências na transmissão foram desprezadas. O sistema funciona em regime permanente, entregando uma potência ativa para a carga na barra 4: $P = 1,0$ pu com $FP = 0,9$ ind. Considere esta barra a referência angular ($\angle 0^\circ$) e praticamente infinita, isto é, capaz de manter sua tensão constante igual a $1,0$ pu.



Determine:

- A tensão na barra 1 e o ângulo de potência (abertura angular) entre as barras 1 e 4.
- Potências ativa e reativa injetadas pelo gerador.
- Suponha que a potência ativa solicitada pela carga é $1,2$ pu, com o mesmo fator de potência. Calcule a nova tensão na barra 1 e interprete o resultado.

(05) Considere duas barras de um sistema ligadas por uma linha de transmissão curta com consumo ativo e reativo indutivo, sendo R e X a resistência e a reatância por fase, respectivamente.



(a) Mostre que a perda ativa por fase da linha (em watts) pode ser dada por: $P_{Linha} = R \frac{(P_s^2 + Q_s^2)}{|V_s|^2}$

(b) Mostre que o consumo reativo por fase na linha (em VAR) pode ser dado por: $Q_{Linha} = X \frac{(P_s^2 + Q_s^2)}{|V_s|^2}$

(c) Estas expressões indicam que os fluxos das potências ativa P_s e reativa Q_s contribuem para os consumos na própria linha. É importante reduzir o fluxo de potência para reduzir as perdas ativas! Como reduzir os fluxos P_s e Q_s ? Quando isso é feito, o que acontece de um modo geral com as tensões nas barras?

(06) É comum a convenção para equacionar o fluxo de potência entre duas barras, como mostra a figura abaixo.



Novamente desprezando a resistência da linha demonstre:

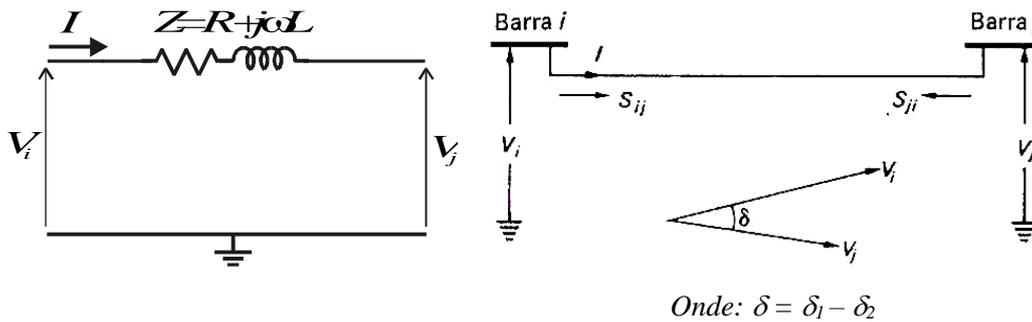
$$P_{12} = \frac{1}{X} (|V_1||V_2| \sin \delta) \quad \text{e} \quad Q_{12} = \frac{1}{X} (|V_1|^2 - |V_1||V_2| \cos \delta)$$

$$P_{21} = -\frac{1}{X} (|V_1||V_2| \sin \delta) \quad \text{e} \quad Q_{21} = \frac{1}{X} (|V_2|^2 - |V_1||V_2| \cos \delta)$$

$$\text{Onde: } \delta = \delta_1 - \delta_2$$

Nota-se que essas expressões são semelhantes às eqs. (4.4) a (4.7). A inversão do sinal em P_{21} e Q_{21} se deve ao fato de que, neste caso, o sentido do fluxo da potência S_{21} , indicado na figura, sai da barra 2.

(07) Considere agora a linha curta, incluindo o efeito resistivo, ligando uma barra i a uma barra j , como mostram as figuras abaixo:



Demonstre que as potências ativas e reativas transmitidas pela linha podem ser expressas por:

$$P_{ij} = \frac{1}{R^2 + X^2} (R |V_i|^2 - R |V_i| |V_j| \cos \delta + X |V_i| |V_j| \sin \delta)$$

$$Q_{ij} = \frac{1}{R^2 + X^2} (X |V_i|^2 - X |V_i| |V_j| \cos \delta - R |V_i| |V_j| \sin \delta)$$

$$P_{ji} = \frac{1}{R^2 + X^2} (R |V_j|^2 - R |V_i| |V_j| \cos \delta - X |V_i| |V_j| \sin \delta)$$

$$Q_{ji} = \frac{1}{R^2 + X^2} (X |V_j|^2 - X |V_i| |V_j| \cos \delta + R |V_i| |V_j| \sin \delta)$$

(08) (a) Elabore um resumo sobre o tópico "O balanço da potência ativa e seus efeitos sobre a frequência do sistema – mecanismo carga-frequência". Sugestão: inclua uma figura mostrando de forma esquemática o mecanismo carga-frequência.

(b) Elabore um resumo sobre o tópico "O balanço da potência reativa e seu efeito sobre a tensão do sistema".

--- Algumas respostas: ---

(02)

(b) $Q_s = -1,1038 \text{ pu}$, $Q_r = -1,5212 \text{ pu}$.

(e) $I_{sr} = 2,2844 \angle 37,2572^\circ \text{ pu}$, sendo a corrente em módulo em ampères: 955,72 A.

(03)

$Q_s = 1,5354 \text{ pu}$, $Q_r = -1,5354 \text{ pu}$. $Q_{g2} = 11,5354 \text{ pu}$.

(04)

(a) $V_1 = 1,1486 \angle 12,5711^\circ \text{ pu}$.

(b) $Q_G = 0,7929 \text{ pu}$.

(c) $V_1 = 1,1839 \angle 14,6583^\circ \text{ pu}$.

4.5 Estudo do fluxo de potência na prática

Não obstante a importância didática e intuitiva do estudo de fluxo de potência simplificado da seção 4.2, considere agora o diagrama unifilar de um sistema de potência mostrado na fig. 4.9. O que você acha de usar o processo de cálculo analítico do exemplo 4.1 para fazer estudos de fluxo de potência nesse sistema?

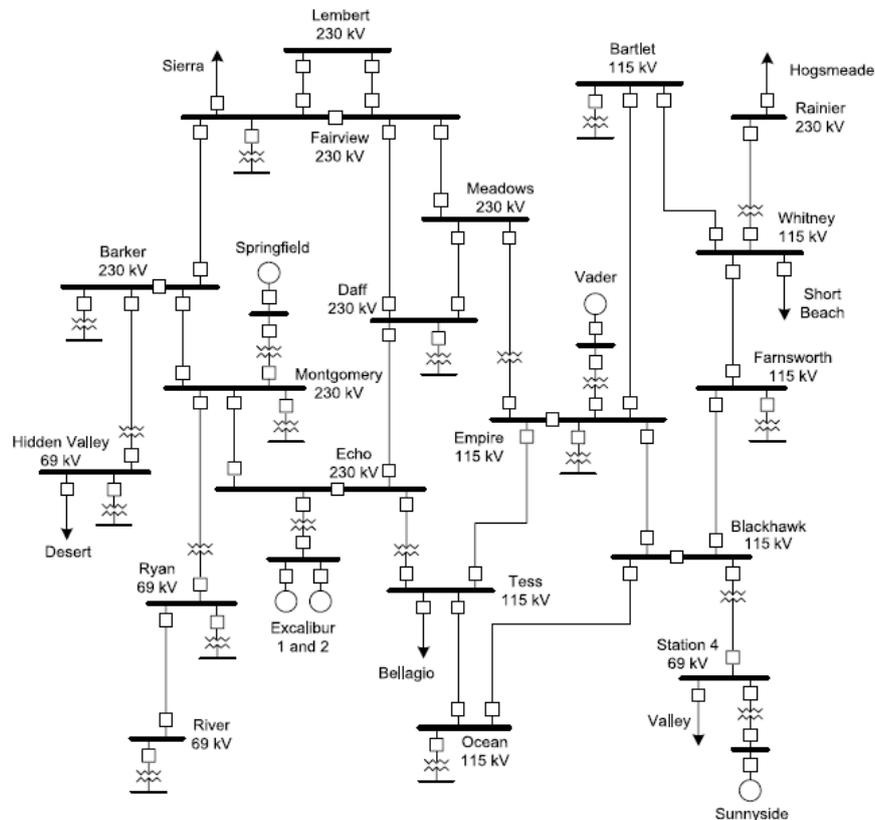


Fig. 4.9. Diagrama unifilar de um sistema de potência [3].

Fica evidente que, com tantos geradores, barramentos, linhas de transmissão, transformadores, etc., o processo manual, com expressões analíticas, torna-se absolutamente inviável para soluções de problemas reais.

Deste modo, na prática, os cálculos são usualmente feitos programando-se ou usando-se programas computacionais prontos, baseados em equacionamentos matriciais e métodos iterativos de solução. Pode-se citar como métodos tradicionais o *Gauss-Siedel* e, principalmente o *Newton-Raphson*. Esses métodos estão explicitamente equacionados e demonstrados na literatura da área de sistemas elétricos, permitindo sua rápida programação em linguagens de alto nível. Também serão estudados nas próximas seções a seguir.

Assim, concessionárias, centros de pesquisa, universidades, etc., utilizam programas computacionais que incorporam esses métodos e/ou outros, com determinadas sofisticções suplementares, a fim de realizarem seus estudos de fluxo de potência; ver exemplos no final da seção 4.12 deste capítulo.

4.6 Itens de revisão

4.6.1 Matriz admitância de barra

Até este momento do estudo, foi considerado, para fins didáticos, apenas sistemas com duas barras. Evidentemente, os sistemas reais são compostos por uma quantidade muito maior de barras.

Assim, para que se torne viável a *solução do fluxo de potência*, torna-se necessária uma formulação mais apropriada, em termos das admitâncias da rede elétrica em análise, propiciando uma forma sistemática para o equacionamento das relações tensão-corrente do sistema. Estas equações são escritas na forma matricial.

Seja na fig. 4.10(a) o diagrama unifilar de um sistema composto por 4 barras, cuja representação em termos de circuito elétrico equivalente, composto por fontes de correntes e admitâncias, é mostrada na fig. 4.10(b).

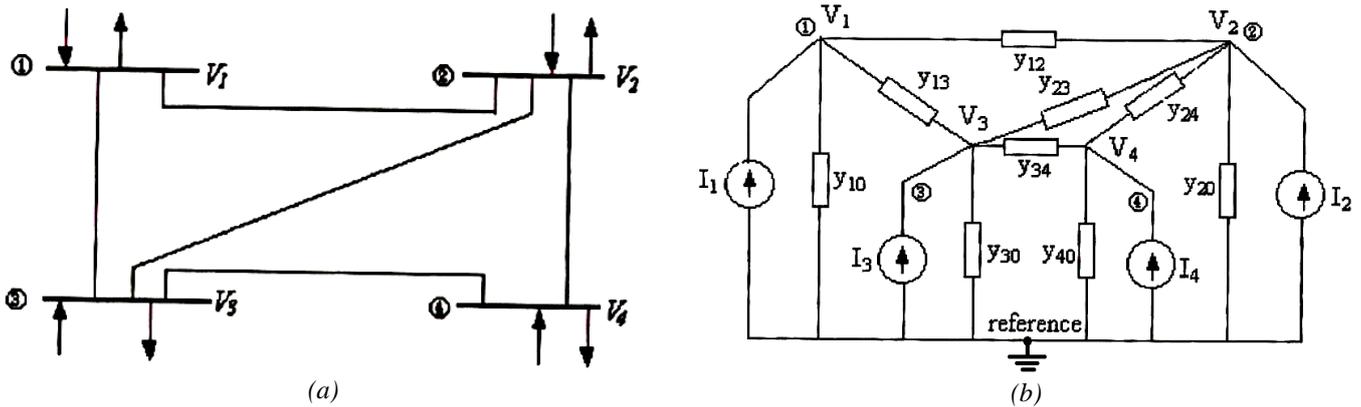


Fig. 4.10. Sistema exemplo, [4]. (a) Diagrama unifilar. (b) Circuito equivalente.

No circuito tem-se que:

- y 's = admitâncias complexas de cada ramo, com letras minúsculas.
- V 's = fasores das tensões de nós medidas em relação à referência.
- I_1, \dots, I_4 = fasores das correntes injetadas em cada nó.

Pelo método de Análise Nodal de Circuitos Elétricos, baseado na *Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC)*, obtém-se:

Barra (nó)	LKC	
1	$I_1 = V_1 y_{10} + (V_1 - V_2) y_{12} + (V_1 - V_3) y_{13}$	(4.9)
2	$I_2 = V_2 y_{20} + (V_2 - V_1) y_{12} + (V_2 - V_3) y_{23} + (V_2 - V_4) y_{24}$	
3	$I_3 = V_3 y_{30} + (V_3 - V_1) y_{13} + (V_3 - V_2) y_{23} + (V_3 - V_4) y_{34}$	
4	$I_4 = V_4 y_{40} + (V_4 - V_2) y_{24} + (V_4 - V_3) y_{34}$	

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} + y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} & 0 \\ -y_{12} & y_{20} + y_{12} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{13} + y_{23} + y_{34} & -y_{34} \\ 0 & -y_{24} & -y_{34} & y_{40} + y_{24} + y_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Ou,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Com as admitâncias em letras MAÍSCULAS Y correspondentes a composição das admitâncias y da eq. (4.10), sendo definidas como:

- cada admitância na diagonal principal Y_{ii} é chamada de *admitância própria* do nó i e é igual a soma algébrica de todas as admitâncias que incidem no nó i .
- cada admitância fora da diagonal $Y_{ik} = Y_{ki}$ é denominada de *admitância mútua ou de transferência* que liga os nós i e k , entrando com sinal negativo.

A formulação geral para um sistema com N barras na forma compacta é:

$$[\mathbf{I}] = [\mathbf{Y}_{\text{barra}}][\mathbf{V}] \quad (4.12)$$

onde a matriz admitância de barra tem dimensão $N \times N$:

$$[\mathbf{Y}_{\text{barra}}] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Dos resultados anteriores pode-se escrever a corrente entrando em um nó k como:

$$I_k = \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \quad (4.14)$$

4.6.2 Matriz impedância de barra

A inversa da matriz $[\mathbf{Y}_{\text{barra}}]$ é chamada de matriz impedância de barra $[\mathbf{Z}_{\text{barra}}]$, isto é:

$$[\mathbf{Z}_{\text{barra}}] = [\mathbf{Y}_{\text{barra}}]^{-1}$$

Como $[\mathbf{Y}_{\text{barra}}]$ é simétrica em relação à diagonal principal, $[\mathbf{Z}_{\text{barra}}]$ deve ser simétrica da mesma maneira. Além disso:

- os elementos impedância de $[\mathbf{Z}_{\text{barra}}]$ na diagonal principal são chamados de *impedâncias próprias dos nós*;
- os elementos fora da diagonal são chamados *impedâncias de transferência dos nós*.

Em termos da matriz $[\mathbf{Z}_{\text{barra}}]$ reescreve a eq. (4.12) como:

$$[\mathbf{V}] = [\mathbf{Z}_{\text{barra}}][\mathbf{I}] \quad (4.15)$$

4.6.3 Representação das máquinas síncronas

As máquinas síncronas, tanto motores quanto geradores, tem a capacidade de controlar a tensão em seus terminais. O controle da tensão objetivando manter níveis adequados de tensão pode ser automático ou manual. O modelo mais simplificado de máquinas síncronas é o mostrado na fig. 4.11(a), uma fonte de tensão em série com uma impedância, [5].

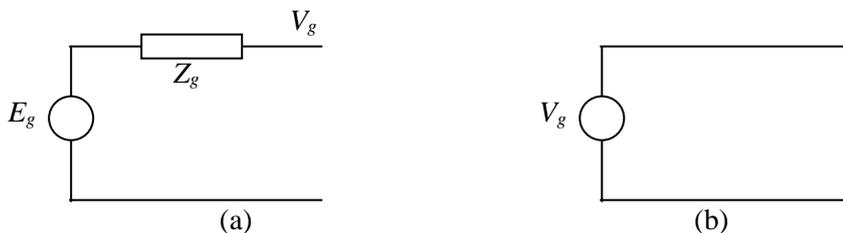


Fig. 4.11. Modelos para máquinas síncronas, [5].

(a) Modelo usual de circuito com fonte em série com impedância interna.

(b) Modelo para fluxo de potência.

Nesta figura V_g é a tensão nos terminais, E_g a tensão interna (força eletromotriz) e Z_g a impedância do gerador. O valor de Z_g normalmente é determinado através de testes aplicados nas máquinas, pois os valores avaliados em projetos não são suficientemente precisos.

O controle da tensão nas máquinas síncronas atua na tensão dos terminais. A velocidade de resposta do controle é ajustada de tal forma para que ele não atue em situações de perturbações de curta duração, tais como curtos-circuitos e estabilidade transitória. Assim durante eventos de curto-circuito e estabilidade transitória o valor da tensão interna E_g permanece constante, portanto o modelo de máquina síncrona nestas situações se comporta como mostra a fig. 4.11(a).

Por outro lado, em situações normais de operação, a atuação do controle é precisa, fazendo com que a tensão V_g permaneça praticamente constante. Portanto, em situações normais de fluxo de potência o modelo das máquinas síncronas se comporta como mostra a fig. 4.11(b), ou seja, simplesmente uma fonte de tensão, ver referência [5].

A revisão desta seção permite um retorno aos estudos de fluxo de potência com uma visão mais ampla, como será explorado na sequência.

4.7 Equações do fluxo de potência

Diretrizes iniciais para o estudo:

- *ponto de partida – diagrama unifilar do sistema*: dados para o estudo matricial e computacional;
- *matriz admitância de barra* [Y_{barra}]: uso das admitâncias próprias Y_{ii} e mútuas Y_{ik} da matriz;
- a potência aparente *absorvida por uma carga* é uma *entrada negativa* de potência.
- outras entradas de potência são provenientes de geradores. Potências positivas ou negativas também podem ser devidas a interligações (por linhas de transmissão);
- são definidas barras especiais para o estudo conforme descreve a tab. 4.1.

Tab. 4.1. Definição de barras para o estudo de fluxo de potência.

Denominação	Grandezas conhecidas ou especificadas	Grandezas a serem determinadas
<i>Barra de oscilação (ou barra oscilante)</i>	P_{carga} e Q_{carga} $ V $ e δ especificados, usualmente $V = 1 \angle 0^\circ$ pu	P e Q totais
Barra PQ (ou barra de carga)	P_{carga} e Q_{carga} / P_{Ger} e Q_{Ger}	$ V $ e δ
Barra PV (barra de tensão controlada, ou barra de geração)	P_{carga} e Q_{carga} / $ V $, P_{Ger}	Q e δ

Em um estudo de fluxo de potência só existe uma barra de oscilação (*swing bus*), que é a *barra de referência*. A barra oscilante é um modelo que assegura que o sistema de potência terá geração suficiente para suprir as cargas e perdas. Esta convenção é necessária para manter o balanço de potência do sistema em estudo. Em outras palavras, esta barra compensa a diferença entre geração e consumo, no sistema como um todo, causada pelas perdas e pelo não balanço entre geração e carga.

Quanto as barras de carga (PQ), vale mencionar que a maioria das barras são desse tipo, especialmente as de baixos níveis de tensão.

As barra de geração ou de tensão controlada (PV), são aquelas onde o regulador de tensão de um gerador local preserva a magnitude da tensão em um valor especificado. Além disso, a potência ativa injetada pelo gerador é especificada de acordo com critérios econômicos.

A fig. 4.12 exemplifica um sistema composto pelos três tipos de barras supracitados.

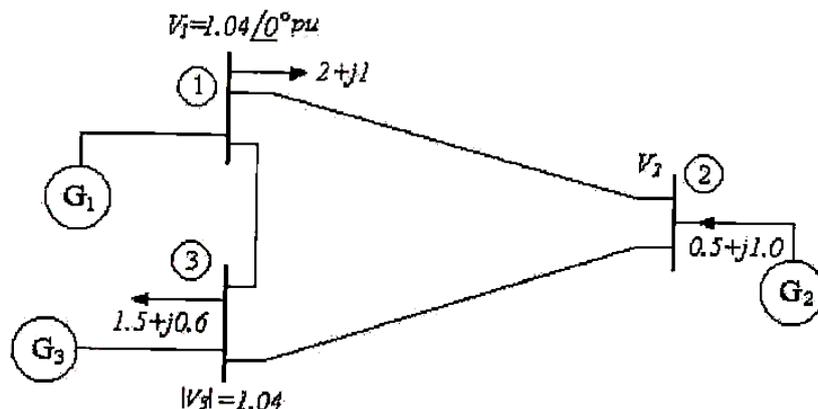


Fig. 4.12. Sistema com: Barras de Oscilação (1), Barra PQ (2) e Barra PV (3).

Na fig. 4.12 tem-se:

- **Barra (1):** barra de Oscilação. Foi arbitrado para esta o módulo $|V_1| = 1,04$ pu e o ângulo 0° ;
- **Barra (2):** barra PQ (embora tenha apenas a potência aparente injetada por G_2);
- **Barra (3):** barra PV. A potência reativa Q_{G3} é aquela que o gerador G_3 deverá produzir para manter $|V_3| = 1,04$ pu.

Lembrando da eq. (4.12), isto é, como $[I]=[Y_{\text{barra}}][V]$:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}$$

logo, a k -ésima injeção de corrente no nó k é dada pela eq. (4.14), repetida aqui por conveniência:

$$I_k = \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \quad (4.14)$$

a qual pode ser rescrita como:

$$I_k = Y_{kk} V_k + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \quad (4.16)$$

Resolvendo para a tensão no nó k , V_k , obtém-se:

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left(I_k - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \right) \quad (4.17)$$

A potência aparente S_k (diferença entre as potências do gerador e da carga na barra k) é conhecida como *Potência de Barra*. Pode ser considerada como injetada na barra por uma “fonte de potência de barra”. A fig. 4.13 ilustra esta ideia.

Para determinar as correntes injetadas em cada nó, considere em primeiro lugar a potência aparente injetada na barra k , $S_k = P_k + jQ_k$, dada por:

$$S_k = S_{kger} - S_{kcarga} \quad (4.18)$$

onde:

$$P_k = P_{kger} - P_{kcarga}$$

$$Q_k = Q_{kger} - Q_{kcarga}$$

Assim, a corrente injetada na barra k é expressa como:

$$S_k = V_k I_k^* \Rightarrow I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} \quad (4.19)$$

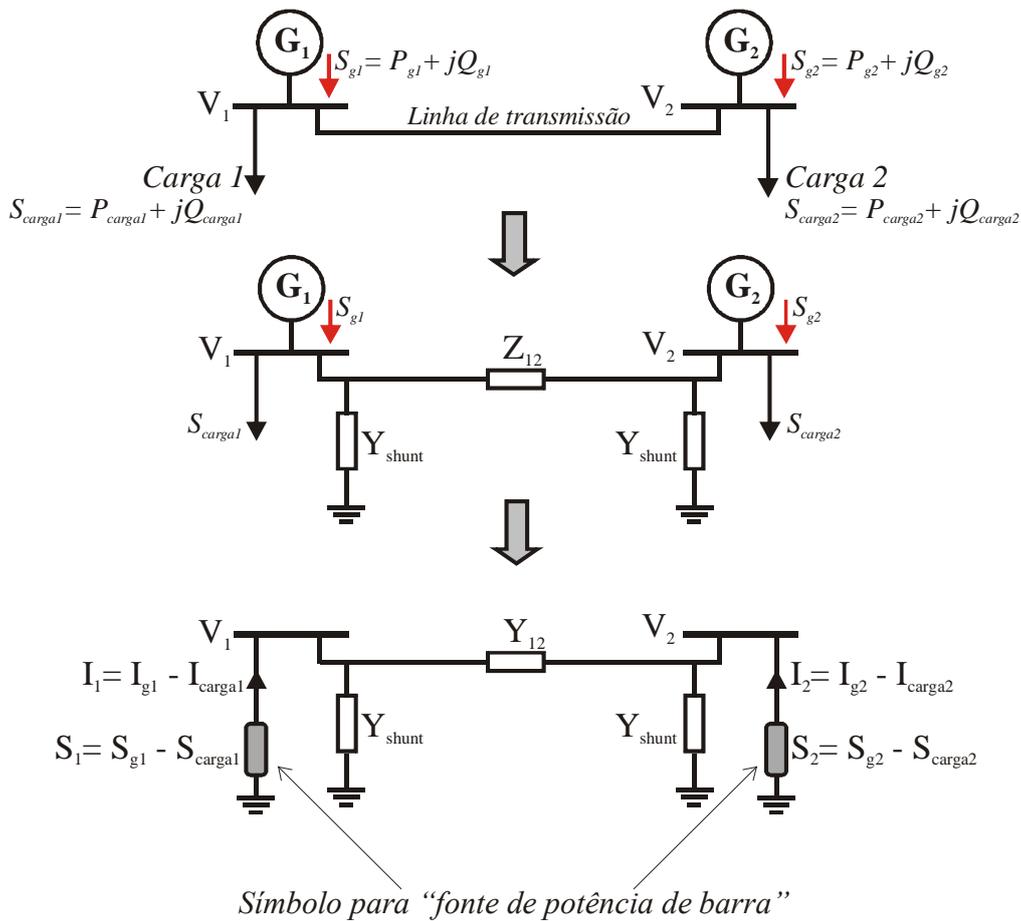


Fig. 4.13. Sistema com duas barras e seu circuito equivalente com injeção de corrente, [1].

Finalmente, com as eqs. (4.17) e (4.19), para um sistema com N barras, obtém-se as **equações de fluxo de potência**:

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left(\frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \right) \quad \text{para } k = 2, 3, \dots, N \quad (4.20)$$

Este conjunto de $N-1$ equações são as equações de fluxo de potência. Não é necessária uma equação para a barra 1 (k começa a partir de 2) pois esta foi adotada como a *barra de oscilação*.

- São resolvidas iterativamente, para que se encontre as tensões de barras.
- Valores iniciais são arbitrados de forma conveniente para:
 - **As barras de carga PQ:** magnitudes e ângulos das tensões.
 - **As barras de tensão controlada PV:** ângulos das tensões.
 - Na prática como a variação de tensão não é muito grande, costuma-se atribuir para as tensões desconhecidas valores iniciais iguais ou próximos ao da barra oscilante, ou seja, em torno de $1,0 \text{ pu}$ e 0° para os ângulos.

4.8 Métodos iterativos de Gauss e Gauss-Seidel

Os métodos iterativos de *Gauss* e *Gauss-Seidel* são usados para a solução de equações simultâneas (não-lineares) tais como as equações de fluxo de potência da expressão (4.20). Esses dois métodos serão mostrados através da aplicação direta no exemplo matemático a seguir.

Exemplo 4.2: Seja o sistema de equações abaixo. Resolva-o, iterativamente, para x e y .

$$\begin{aligned}y - 3x + 1,9 &= 0 \\ y + x^2 - 1,8 &= 0\end{aligned}$$

1º Método de Gauss:

Pelo método de Gauss reescreve-se as equações como:

$$x = \frac{y}{3} + 0,633 \quad (4.21)$$

$$y = 1,8 - x^2 \quad (4.22)$$

Arbitrando como valores iniciais $x^{(0)} = y^{(0)} = 1$ e entrando em x e y no lado direito de (4.21) e (4.22), respectivamente, tem-se a primeira iteração:

$$x^{(1)} = \frac{y^{(0)}}{3} + 0,633 = \frac{1}{3} + 0,633 = 0,966 \quad (4.23)$$

$$y^{(1)} = 1,8 - (x^{(0)})^2 = 1,8 - 1 = 0,8 \quad (4.24)$$

As sucessivas iterações para x e y podem ser descritas de forma mais geral por:

$$x^{(l+1)} = \frac{y^{(l)}}{3} + 0,633 \quad (4.25)$$

$$y^{(l+1)} = 1,8 - (x^{(l)})^2 \quad (4.26)$$

onde: o índice $(l+1)$ significa o valor computado na iteração atual e (l) na iteração anterior.

Considerando o critério de parada:

Enquanto $\max\left(\left|x^{(l+1)} - x^{(l)}\right|; \left|y^{(l+1)} - y^{(l)}\right|\right) > \text{precisao } \underline{E}$ ($N.\text{iterações} < \text{Max.iterações}$) **faça**

e a precisão $\varepsilon = 1e-6$, após 50 iterações os resultados convergem para valores muito próximos à solução exata, isto é: $x = 0,939057$ e $y = 0,918171$.

Obs.: valores iniciais escolhidos à revelia podem levar à divergência da solução. Tente, por exemplo, $x^{(0)} = y^{(0)} = 10$.

2º) Método de Gauss-Seidel:

- Para computar $x^{(l+1)}$ utiliza-se a eq. (4.25), entrando como anteriormente, com $y^{(l)}$.
- Contudo, em (4.26) para obter $y^{(l+1)}$ utiliza-se o valor de $x^{(l+1)}$ (ao invés de $x^{(l)}$).

Assim, o algoritmo para o método de *GAUSS-SEIDEL*, pode ser escrito como:

Entrar com valor inicial para y : $y^{(0)} \leftarrow 1,0$

01) Calcular iteração para x :

$$x^{(l+1)} = \frac{y^{(l)}}{3} + 0,633$$

02) Calcular iteração para y com x atual:

$$y^{(l+1)} = 1,8 - (x^{(l+1)})^2$$

03) Atualizar y :

$$y^{(l)} = y^{(l+1)}$$

... e repete-se o processo, por exemplo:

Enquanto $\max(|x^{(l+1)} - x^{(l)}|; |y^{(l+1)} - y^{(l)}|) > \text{precisao } \underline{E}$ ($N.\text{iterações} < \text{Max.iterações}$) **faça**

Nesse caso, novamente com uma precisão de $\varepsilon = 1e-6$, obtém-se, após 27 iterações, os valores $x = 0,939057$ e $y = 0,918171$. Como o método de *Gauss-Siedel* usa a iteração seguinte assim que ela é obtida, ele converge mais rápido do que o método de *Gauss*.

4.8.1 Cálculo de fluxo de potência por Gauss-Seidel – sistema sem barras PV

O método de *Gauss-Siedel* aplicado à solução do fluxo de potência, devido a sua simplicidade, apresenta um caráter didático interessante, pois permite uma fácil compreensão do processo iterativo para o cálculo das tensões nas barras de um sistema.

Nesta seção, será considerado o algoritmo para o cálculo de fluxo de potência em sistemas com N barras. Será contemplado o caso de sistemas com a barra *oscilante* e com *barras de carga*, para as quais calcula-se as tensões. Embora o caso de sistema com tensões de barra especificadas ou desejadas (barras PV) seja muito comum na prática, o algoritmo para sua solução tem diferenças significativas em relação ao apresentado a seguir e, foge aos propósitos iniciais desse texto, ficando a cargo do estudante interessado em desenvolvê-lo.

Do exemplo anterior, pode-se escrever o algoritmo de *Gauss-Seidel* para as $N-1$ equações que constituem as *equações de fluxo de potência de um sistema de N barras*, a partir da expressão (4.20), como:

$$V_k^{(l+1)} = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{(V_k^{(l)})^*} - \sum_{n=1}^{k-1} Y_{kn} V_n^{(l+1)} - \sum_{n=k+1}^N Y_{kn} V_n^{(l)} \right]; \text{ para } k = 2, 3, \dots, N \quad (4.27)$$

onde:

adotou-se a Barra 1 como a *oscilante*, por isso, a computação começa pela barra $k = 2$. o índice $^{(l+1)}$ significa o valor da iteração atual e o índice $^{(l)}$ o da iteração anterior.

4.8.2 Algoritmo proposto – sistema sem barras PV

01) Entrada da matriz $[Y_{\text{barra}}]$.

02) Entrada das matrizes $[P_G]$, $[Q_G]$, $[P_{\text{carga}}]$ e $[Q_{\text{carga}}]$ com os valores das potências e cálculo das potências injetadas $[P_k]$ e $[Q_k]$, ver eq. (4.18).

03) Entrada de matrizes com valores das tensões de barras *atual*^(l+1) e *anterior*^(l):

Fazer barra 1 a oscilante, com módulo e ângulo fixos, exemplo: $1 \angle 0^\circ$ pu.

Entrar como valores iniciais para todas as outras barras com valor igual a da barra oscilante ou próximos disso. Isso se justifica, pois, no caso real, a variação entre as tensões não é muito grande.

04) Executar o laço iterativo baseado na eq. (4.27) e obter as tensões nas barras. Um exemplo de critério de parada é:

Enquanto norma_inf (V_{atual}-V_{ant}) > precisão **E** (N.iterações < Max.iterações) **faça**

onde: norma_inf é a norma infinita = max(abs(V_{atual}-V_{ant})).

05) Cálculo das potências injetadas P₁ e Q₁ da barra oscilante:

$$S_1 = V_1 \cdot I_1^* = (Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + \dots + Y_{1N}V_N)^* \cdot V_1 = P_1 + jQ_1$$

(Note também que S₁ = soma das potências complexas que saem da barra 1 pelas linhas.)

Assim, de (4.18) calcula-se a potência a ser injetada pelo gerador G1 como: S_{g1} = S₁ + S_{carga1}.

06) Cálculos dos fluxos de potência nas linhas:

Considerando da forma mais geral os efeitos RLC de cada linha *i*, ver fig. 4.14, sendo $I_{ij} = I_{\text{série}} + I_{\text{shunt}}$, isto é, $I_{ij} = (V_i - V_j)Y_{ij} + V_i Y_{sh,i}$, tem-se a seguinte equação do fluxo da barra *i* para *j*:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* = V_i [(V_i - V_j)Y_{ij} + V_i Y_{sh,i}]^*$$

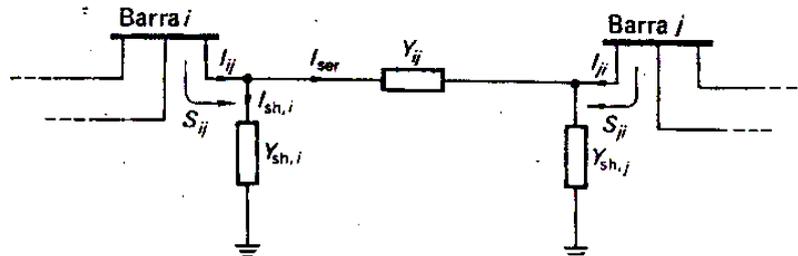


Fig. 4.14. Parâmetros de linha usados nos cálculos, [1].

4.8.3 Fator de aceleração

Uma característica indesejável dos métodos de Gauss e Gauss-Siedel é a lenta convergência. Isto pode ser melhorado por meio do uso de um fator de aceleração α onde:

$$1 \leq \alpha \leq 2$$

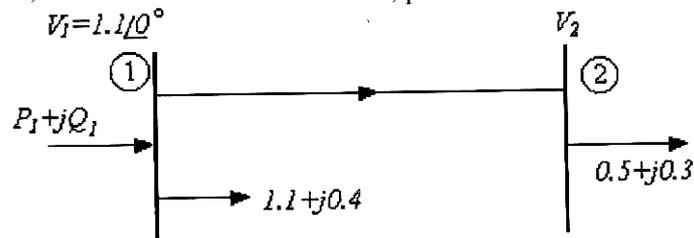
Assim, aplica-se a seguinte fórmula para o cálculo da tensão de uma barra da iteração atual ^(l+1):

$$V_{\text{acel}}^{(l+1)} = V^{(l+1)} + \alpha[V^{(l)} - V^{(l-1)}]$$

Mesmo assim o algoritmo de Gauss-Siedel converge de forma relativamente lenta. Torna-se, portanto, necessário utilizar um método mais eficiente, o que será visto na próxima seção.

4.9 Exercícios – fluxo de potência por Gauss-Siedel

(01) Seja o sistema abaixo onde a barra 1 é a de oscilação e a 2 é uma barra PQ. Sendo $Y_{11} = Y_{22} = 1,6 \angle -80^\circ$ e $Y_{12} = Y_{21} = 1,6 \angle 100^\circ$, determine a tensão da barra 2, pelo método de Gauss-Seidel.



(02) Considere um sistema elétrico de potência com 4 barras sendo as impedâncias das linhas de transmissão em pu: $Z_{12} = j0,1$; $Z_{13} = j0,1$; $Z_{23} = j0,2$; $Z_{24} = j0,1$; $Z_{34} = j0,1$ pu. Sendo também:

Na barra 1: $V_1 = 1,04 \angle 0^\circ$ pu, sem carga, $S_{G1} = ?$ Na barra 2: $S_{G2} = 0,5 + j0,5$ pu, sem carga.

Na barra 3: $S_{C3} = 2 + j1$ pu, sem geração. Na barra 4: $S_{G4} = 2 + j1$ pu e $S_{C4} = 1 + j0,5$ pu.

Pede-se: (a) Desenhar o diagrama unifilar correspondente.

(b) Pelo método de Gauss-Siedel obter as equações de fluxo de potência para as tensões nas barras V_2 , V_3 e V_4 , para a 1ª iteração, colocando os valores numéricos. Mas, não precisa resolver nenhuma iteração.

(03) Resolver um problema de fluxo de carga para um sistema de três barras, (cujos valores em pu são para uma base de 50 MVA e 120 kV nas linhas). As linhas de transmissão têm impedâncias:

$$Z_{L12} = j0,24 \text{ pu}; Z_{L13} = j0,12 \text{ pu}; Z_{L23} = j0,05 \text{ pu}.$$

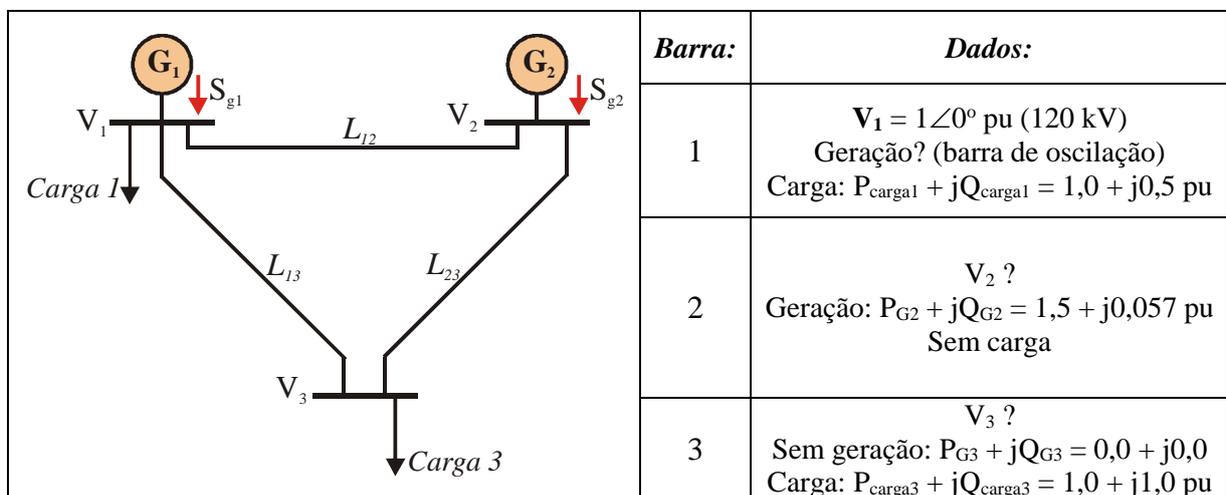
(a) Calcule as tensões (módulo e ângulo) de todas as barras.

(b) Calcule o fluxo de potência nas linhas.

(c) Calcule a potência S_{G1} produzida pelo gerador 1.

(d) Calcule o consumo total de reativo nas linhas.

* Sugestão: use o programa para MatLab descrito no Anexo A dessa apostila.



(04) Uma maneira de controlar as tensões de barras e o fluxo de potência é através da geração de potência reativa em uma barra. Acrescente um banco capacitivo na barra 3 com potência $Q_{G3} = 1,036$ pu (51,8 MVar).

(a) Calcule novamente as tensões. O que você observa?

(b) Calcule o fluxo de potência nas linhas.

(c) Calcule a potência S_{G1} produzida pelo gerador 1.

(d) Calcule o consumo total de reativo nas linhas. Analise o fluxo de Q no sistema.

(05) Considerando o exercício anterior, se a impedância da linha L_{13} for diminuída para a metade, calcule:

(a) As novas tensões de barras.

(b) Os novos fluxos de potência S_{13} e S_{31} .

4.10 Considerações sobre a barra de oscilação

Antes de passar ao estudo do método de *Newton-Raphson* a seguir, vale tecer algumas considerações sobre a barra oscilante.

Se apenas fossem consideradas no estudo de fluxo de potência as barras de carga (PQ) e de tensão controlada (PV), todas as potências ativas injetadas deverão ser especificadas previamente, o que requer que as perdas ôhmicas sejam conhecidas com antecedência. Contudo, perdas de potência dependem dos fluxos de carga resultantes e não podem ser determinadas com precisão até que o fluxo de carga em si seja resolvido. Portanto, a potência ativa de pelo menos um gerador deve ser deixada como variável desconhecida. Afortunadamente, essa variável extra é compensada pelo fato de que, quando é realizada a análise em regime permanente CA, o ângulo de fase de um fasor arbitrário pode ser designado como zero. Este constitui o ângulo de fase de referência para as formas de onda senoidais restantes. Por conveniência, o fasor de tensão da barra geradora cuja potência ativa permanece desconhecida é utilizado como referência para ângulos de fase. Essa barra em particular, é a conhecida *barra oscilante (de balanço ou de folga)*, usualmente escolhida entre aquelas barras geradoras com maior capacidade, frequentemente estando com a tarefa de regulação de frequência. Em resumo, para a barra oscilante a tensão é completamente especificada (módulo e ângulo), enquanto que as potências ativa e reativa dessa barra pertencem ao conjunto de variáveis desconhecidas, [6].

Pode ser corretamente argumentado que o conceito desta barra de referência é um artifício matemático, sem nenhuma ligação direta com o mundo real, pois nenhuma barra do sistema está especificamente a cargo de suprir todas as perdas ôhmicas. De fato, para sistemas muito grandes, as perdas de potência podem exceder em muito a capacidade de certos geradores. Contudo, se uma estimativa de perdas está disponível, o que normalmente é o caso, então todos os geradores podem dividir uma fração dessas perdas. Dessa forma, além de sua própria potência, a barra oscilante será responsável somente pelo desequilíbrio de potência, isto é, a diferença entre o total de carga mais as perdas e a geração total especificada, levando a um perfil de fluxo de potência muito parecido com o da operação real. Ao contrário das perdas ôhmicas, o desequilíbrio do sistema pode ser positivo ou negativo. Pode-se citar também outra estratégia: em vez de determinar *a priori* qual barra irá fazer o papel de barra de oscilação, esta é selecionada durante o processo computacional de cálculo de fluxo de potência, de tal forma que o desequilíbrio de potência no sistema seja minimizado, ver a referência [6].

4.11 Método iterativo de *Newton-Raphson*

O método iterativo *Newton-Raphson* converge muito mais rápido do que o método *Gauss-Seidel*, sendo geralmente o método utilizado para resolver problemas de fluxo de potência. Para facilitar o entendimento do mesmo, considere duas funções f_1 e f_2 de duas incógnitas x_1 e x_2 , de tal forma que:

$$f_1(x_1, x_2) = C_1 \quad (4.28)$$

$$f_2(x_1, x_2) = C_2 \quad (4.29)$$

onde C_1 e C_2 são constantes conhecidas.

Considerando:

- $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ estimativas iniciais das soluções de (4.28) e (4.29);
- $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$ valores dos quais as estimativas iniciais diferem da solução correta, tem-se:

$$f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) = C_1 \quad (4.30)$$

$$f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) = C_2 \quad (4.31)$$

Expandindo o lado esquerdo de (4.30) e (4.31) obtém-se:

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}} + \text{termos de maior ordem} = C_1 \quad (4.32)$$

$$f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}} + \Delta x_2^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}} +$$

$$+ \text{termos de maior ordem} = C_2 \quad (4.33)$$

Desprezando os termos de derivada superior à primeira ordem, e escrevendo na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} C_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ C_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}} \times \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

onde as derivadas são calculadas em $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$.

Reescrevendo (4.34) de forma mais compacta tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta C_1^{(0)} \\ \Delta C_2^{(0)} \end{bmatrix} = [J]^{(0)} \times \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

onde $[J]^{(0)}$ é chamada *Matriz Jacobiana* (neste caso, dos valores iniciais “ (0) ”).

A equação matricial (4.35) fornece como solução os valores $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$, isto é:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \{ [J]^{(0)} \}^{-1} \times \begin{bmatrix} \Delta C_1^{(0)} \\ \Delta C_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

Assim sendo, uma estimativa melhor da solução é:

$$\mathbf{1}^{\text{a}} \text{ Iteração de } x_1: \quad x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{1}^{\text{a}} \text{ Iteração de } x_2: \quad x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \quad (4.37)$$

Note que esta não é ainda a solução exata pretendida, pois *os termos com derivadas de ordem mais alta foram desprezados na equação (4.34)*.

Usando agora $x_1^{(1)}$ e $x_2^{(1)}$ obtém-se uma estimativa ainda melhor. Repete-se o processo até uma certa iteração “ (l) ” quando $\Delta x_1^{(l)}$ e $\Delta x_2^{(l)}$ se tornam menores que um valor pré-estabelecido.

Note que neste procedimento foi feita a seguinte convenção:

- **Iteração atual:** índice “ (l) ”
- **Iteração anterior:** índice “ $(l-1)$ ”

Exemplo 4.3: efetue a 1^{a} iteração para resolução do sistema de equações abaixo pelo método de *Newton-Raphson*. Use como valores iniciais $x_1^{(0)} = 1$ e $x_2^{(0)} = -1$.

$$\begin{cases} x_1^2 - 4x_2 - 4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

Resposta: após somente três iterações obtém-se: $x_1 = 0,5359$ e $x_2 = -0,9282$, que são bons resultados!

4.12 Método de *Newton-Raphson* aplicado ao fluxo de potência

Para aplicar o método de *Newton-Raphson* para um problema de fluxo de potência para uma k -ésima e uma n -ésima barras, considera-se inicialmente:

$$V_k = V_k \angle \delta_k, \quad V_n = V_n \angle \delta_n \quad \text{e} \quad Y_{kn} = Y_{kn} \angle \theta_{kn}$$

Então, de (4.14) $I_k = \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n$ e de (4.19) $I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*}$, escreve-se na forma polar:

$$\begin{aligned} \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} &= \sum_{n=1}^N |Y_{kn} V_n| \angle(\theta_{kn} + \delta_n) \Rightarrow \\ P_k - jQ_k &= \sum_{n=1}^N |V_k V_n Y_{kn}| \angle(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \end{aligned} \quad (4.38)$$

Pela fórmula de *Euler*:

$$P_k = \sum_{n=1}^N |V_k V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \quad (4.39)$$

$$Q_k = -\sum_{n=1}^N |V_k V_n Y_{kn}| \text{sen}(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \quad (4.40)$$

4.12.1 Sistemas com a barra de oscilação e somente barras de carga PQ

Para este caso:

a) Para todas as barras de carga as potências P_k e Q_k são conhecidas e serão designadas por P_{ks} e Q_{ks} . Estas grandezas correspondem às constantes C_1 e C_2 de (4.34). São as potências líquidas injetadas nas barras, ($P_{ks} = P_{kGerada} - P_{kCarga}$ e $Q_{ks} = Q_{kGerada} - Q_{kCarga}$).

b) Estima-se as grandezas desconhecidas, isto é, para todas barras de carga estima-se $|V|$ e δ . Esses valores iniciais correspondem às estimativas iniciais das variáveis x_1 e x_2 de (4.34).

c) Substitui-se esses valores estimados em (4.39) e (4.40) para calcular as potências ativas e reativas, que correspondem às funções $f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$ e $f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$ em (4.34). Essas potências calculadas serão designadas por $P_{kc}^{(0)}$ e $Q_{kc}^{(0)}$.

d) Agora computa-se os valores de ΔP_k e ΔQ_k :

$$\Delta P_k^{(0)} = P_{ks} - P_{kc}^{(0)} \quad (4.41)$$

$$\Delta Q_k^{(0)} = Q_{ks} - Q_{kc}^{(0)} \quad (4.42)$$

Os subscritos *s* e *c* significam, respectivamente, valores especificados e calculados. Os termos $\Delta P_k^{(0)}$ e $\Delta Q_k^{(0)}$ correspondem aos termos à esquerda de (4.35).

Assim, considerando um sistema com 3 barras, no qual a barra 1 é a de oscilação, tem-se a seguinte equação matricial associada à (4.34) e (4.35):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_2^{(0)} \\ \Delta Q_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix}_{\substack{\delta_2^{(0)}, \delta_3^{(0)} \\ |V_2^{(0)}, |V_3^{(0)}}} \times \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta |V_2^{(0)}| \\ \Delta |V_3^{(0)}| \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

A equação (4.43) é resolvida invertendo-se a matriz Jacobiana. Os valores obtidos para $\Delta\delta_k^{(0)}$ e $\Delta V_k^{(0)}$ são adicionados às estimativas prévias de V_k e δ_k para se obter novos valores, os quais serão as estimativas para a próxima iteração do processo.

<i>1ª Iteração:</i>	...	<i>Forma geral:</i>
$\delta_k^{(1)} = \delta_k^{(0)} + \Delta\delta_k^{(0)}$...	$\delta_k^{(l)} = \delta_k^{(l-1)} + \Delta\delta_k^{(l-1)}$
$ V_k^{(1)} = V_k^{(0)} + \Delta V_k^{(0)} $...	$ V_k^{(l)} = V_k^{(l-1)} + \Delta V_k^{(l-1)} $

O procedimento é então repetido até que os termos das variações $\Delta\delta_k$ e $\Delta|V_k|$, à direita de (4.43), fiquem tão pequenos quanto a precisão desejada, ou até um número máximo de iterações previamente estabelecido.

4.12.2 Sistemas com barras de oscilação, carga PQ e de tensão controlada PV

Se estiverem presentes no sistema barras onde o módulo da tensão $|V|$ é conhecido, isto é, barras de tensão controlada PV, a solução pelo método de *Newton-Raphson* torna-se ainda mais simples, visto que, a ordem da matriz Jacobiana é reduzida de um para cada uma destas barras.

Isto pode ser observado em (4.43) assumindo, por exemplo, que a barra 2 é de tensão controlada, tem-se que:

- Q_2 , e conseqüentemente $\Delta Q_2^{(0)}$ são desconhecidos;
- $\Delta|V_2| = 0$, visto que $|V_2|$ é especificada.

Assim, a terceira coluna da matriz Jacobina $\left(\frac{\partial(P,Q)}{\partial|V_2|} \right)$ é zerada e também o termo $\Delta|V_2^{(0)}|$ da

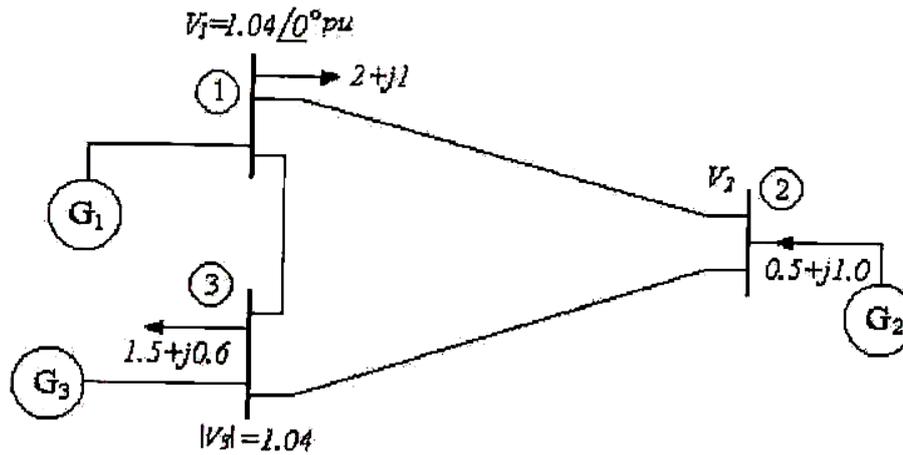
equação matricial. O resultado é então:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta |V_3^{(0)}| \end{bmatrix} \quad (4.43a)$$

Exemplo 4.4: seja o sistema de 3 barras abaixo, onde:

- **a barra (1)** é a barra de oscilação do sistema, $V_1 = 1,04 \angle 0^\circ$;
- **a barra (2)** é uma barra PQ;
- **a barra (3)** é uma barra PV.

O gerador G_3 deve produzir uma quantidade de potência reativa Q_{G3} necessária para manter $|V_3| = 1,04$ pu. Considere sua potência ativa gerada igual a zero, isto é, $P_{G3} = 0$.



- A matriz impedância de barra é:

$$[Y_{barra}] = \begin{bmatrix} 24,23 \angle -75,95^\circ & 12,13 \angle 104,04^\circ & 12,13 \angle 104,04^\circ \\ 12,13 \angle 104,04^\circ & 24,23 \angle -75,95^\circ & 12,13 \angle 104,04^\circ \\ 12,13 \angle 104,04^\circ & 12,13 \angle 104,04^\circ & 24,23 \angle -75,95^\circ \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Determine V_2 pelo método de *Newton-Raphson*.

Solução:

Usando como valores iniciais $V_2^{(0)} = 1 \angle 0^\circ$ e $\delta_3^{(0)} = 0$ para as tensões nas barras tem-se de (4.39):

$$\begin{aligned} P_{2C}^{(0)} &= |V_2^{(0)}| \cdot |V_1| \cdot |Y_{21}| \cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2^{(0)}) + |V_2^{(0)}|^2 \cdot |Y_{22}| \cos \theta_{22} + |V_2^{(0)}| \cdot |V_3^{(0)}| \cdot |Y_{23}| \cos(\theta_{23} + \delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)}) = \\ &= 1 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \cos(104,04^\circ) + 1 \cdot 24,23 \cos(-75,95^\circ) + 1 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \cos(104,04^\circ) = -0,2386 \text{ pu} \end{aligned}$$

Analogamente,

$$\begin{aligned} P_{3C}^{(0)} &= |V_3^{(0)}| \cdot |V_1| \cdot |Y_{31}| \cos(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3^{(0)}) + |V_3^{(0)}| \cdot |V_2^{(0)}| \cdot |Y_{32}| \cos(\theta_{32} + \delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)}) + |V_3^{(0)}|^2 \cdot |Y_{33}| \cos \theta_{33} = \\ &= 1,04 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \cos(104,04^\circ) + 1,04 \cdot 12,13 \cos(104,04^\circ) + 1,04^2 \cdot 24,23 \cos(-75,95^\circ) = 0,119 \text{ pu} \end{aligned}$$

E, da equação (4.40):

$$\begin{aligned} Q_{2C}^{(0)} &= -|V_2^{(0)}| \cdot |V_1| \cdot |Y_{21}| \text{sen}(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2^{(0)}) - |V_2^{(0)}|^2 \cdot |Y_{22}| \text{sen} \theta_{22} - |V_2^{(0)}| \cdot |V_3^{(0)}| \cdot |Y_{23}| \text{sen}(\theta_{23} + \delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)}) = \\ &= -1 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \text{sen}(104,04^\circ) - 1 \cdot 24,23 \text{sen}(-75,95^\circ) - 1 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \text{sen}(104,04^\circ) = -0,972 \text{ pu} \end{aligned}$$

As potências líquidas injetadas nas barras 2 e 3 são:

$$\begin{aligned} \text{Na Barra 2: } P_{2S} &= 0,5 - 0,0 = 0,5 \text{ pu.} \\ Q_{2S} &= 1,0 - 0,0 = 1,0 \text{ pu.} \end{aligned}$$

$$\text{Na Barra 3: } P_{3S} = 0,0 - 1,5 = -1,5 \text{ pu.}$$

Assim, da equação (4.41) tem-se:

$$\Delta P_2^{(0)} = P_{2s} - P_{2C}^{(0)} = 0,5 - (-0,2386) = 0,7386 \text{ pu}$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_{3s} - P_{3C}^{(0)} = -1,5 - 0,119 = -1,619 \text{ pu}$$

E, de (4.42) tem-se: $\Delta Q_2^{(0)} = Q_{2s} - Q_{2C}^{(0)} = 1,0 - (-0,972) = 1,972 \text{ pu}$

Para este sistema com a Barra 3 tipo PV com $|V_3| = 1,04 \text{ pu}$, a equação (4.43) fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7386 \\ -1,619 \\ 1,972 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta |V_2^{(0)}| \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Agora, deriva-se as expressões (4.39) e (4.40) de acordo com os termos da matriz Jacobiana obtida em (4.44). Por exemplo, os termos com a derivada da potência ativa em relação ao ângulo δ_2 são expressos por:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2} \left(\sum_{n=1}^N |V_k V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \right)$$

Para a barra $k = 2$, o primeiro elemento da matriz Jacobiana é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} &= \frac{\partial}{\partial \delta_2} \left[|V_2 V_1 Y_{21}| \cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2 V_2 Y_{22}| \cos(\theta_{22} + \delta_2 - \delta_2) + |V_2 V_3 Y_{23}| \cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2) \right] = \\ &= |V_2 V_1 Y_{21}| \text{sen}(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2 V_3 Y_{23}| \text{sen}(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2) \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \right|_{(0)} = 1,0 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \text{sen}(104,04^\circ) + 1,0 \cdot 1,04 \cdot 12,13 \text{sen}(104,04^\circ) = 12,24 + 12,24 = 24,48 \text{ pu.}$$

Com cálculos similares obtém-se a matriz Jacobiana completa:

$$\begin{bmatrix} 0,7386 \\ -1,619 \\ 1,972 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24,48 & -12,23 & 5,64 \\ -12,23 & 24,95 & -3,06 \\ -6,11 & 3,06 & 22,54 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta |V_2^{(0)}| \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (4.45)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta |V_2^{(0)}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24,48 & -12,23 & 5,64 \\ -12,23 & 24,95 & -3,06 \\ -6,11 & 3,06 & 22,54 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,7386 \\ -1,619 \\ 1,972 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta |V_2^{(0)}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05179 & 0,02653 & -0,00937 \\ 0,02666 & 0,05309 & 0,00051 \\ 0,01043 & -0,00001 & 0,04176 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,7386 \\ -1,619 \\ 1,972 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,023 \text{ rad} \\ -0,065 \text{ rad} \\ 0,09 \text{ pu} \end{bmatrix}$$

onde os termos de correções dos ângulos são obtidos em radianos.

Assim, finaliza-se a primeira iteração fazendo:

$$\begin{aligned} \delta_2^{(1)} &= \delta_2^{(0)} + \Delta \delta_2^{(0)} = 0,0 + (-0,023) \Rightarrow \delta_2^{(1)} = \mathbf{-0,023 \text{ rad, ou } -1,32^\circ} \\ \delta_3^{(1)} &= \delta_3^{(0)} + \Delta \delta_3^{(0)} = 0,0 + (-0,065) \Rightarrow \delta_3^{(1)} = \mathbf{-0,065 \text{ rad, ou } -3,72^\circ} \\ |V_2^{(1)}| &= |V_2^{(0)}| + \Delta |V_2^{(0)}| = 1,0 + 0,09 \Rightarrow |V_2^{(1)}| = \mathbf{1,09 \text{ pu.}} \end{aligned}$$

Repetindo este processo até a convergência obtém-se finalmente: $V_2 = 1,081 \angle -1,37^\circ$ pu.

Ficou evidente que o cálculo do fluxo de potência manual é muito trabalhoso. Na prática, este estudo é realizado com o auxílio de programas computacionais. Já existem vários programas para os estudos de fluxo de potência.

Como exemplo, cita-se, entre outros, o programa ANAREDE, desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL):



<http://www.cepel.br/servicos/descprog.shtm>,

site acessado em 14/10/2014.

Ver também os programas SAPRE e ANAFAS entre outros...

<http://www.anarede.cepel.br/>, acessado em 14/10/2014.

É claro, com programas profissionais pode-se trabalhar com sistemas elétricos reais compostos por várias barras, geradores, transformadores, cargas, linhas de transmissão e outros elementos pertinentes ao estudo. A fig. 4.15 ilustra o programa *SKM Systems Analysis Power Tools for Windows* (www.skm.com).

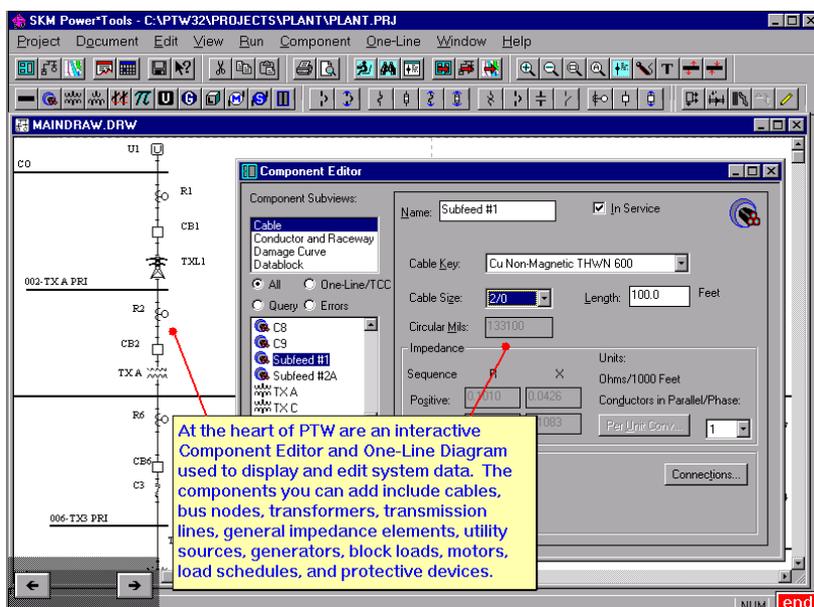


Fig. 4.15. Ilustração do programa *SKM Systems Analysis Power Tools for Windows*.

A fig. 4.16 mostra resultados do exemplo 4.4 obtidos a partir desse programa, tendo sido utilizados para o estudo $V_{base} = 13,8$ kV e $S_{base} = 1000$ kVA.

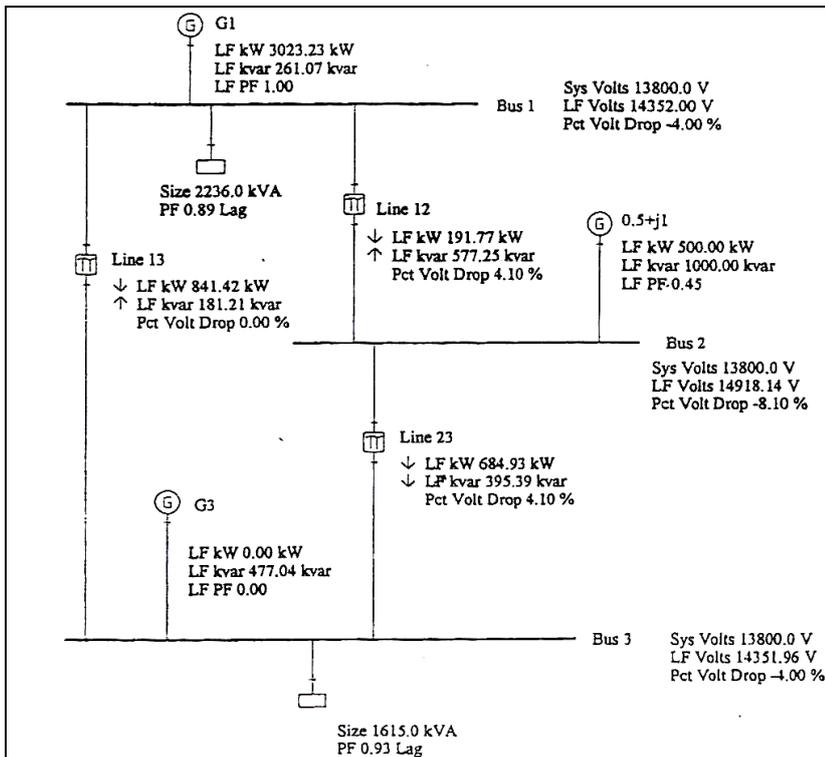


Fig. 4.16.
Resultados do exemplo 4.4 com o
programa SKM Systems Analysis
Power Tools for Windows.

```

BALANCED VOLTAGE DROP AND LOAD FLOW ANALYSIS
.....
VOLTAGE EFFECT ON LOADS MODELED
VOLTAGE DROP CRITERIA: BRANCH = 3.00 %  BUS = 5.00

==== BUS: Bus 1      DESIGN VOLTS: 13800 BUS VOLTS: 14352 %VD: -4.00
===== PU BUS VOLTAGE: 1.040      ANGLE: .0 DEGREES
PROJECTED BUS LOAD: 1990.0 KW 1019.5 KVAR
*** SWING GENERATOR: G1      3023.2 KW 261.1 KVAR

LOAD TO: Bus 2      FEEDER AMPS: 24.4 VOLTAGE DROP: -.566. %VD: -4.10
PROJECTED POWER FLOW: 191.8 KW -577.2 KVAR 608.3 KVA PF: .32 LEADING
LOSSES THRU FEEDER: 6.8 KW 27.4 KVAR 28.2 KVA

LOAD TO: Bus 3      FEEDER AMPS: 34.6 VOLTAGE DROP: 0. %VD: .00
PROJECTED POWER FLOW: 841.4 KW -181.2 KVAR 860.7 KVA PF: .98 LEADING
LOSSES THRU FEEDER: 13.7 KW 54.8 KVAR 56.5 KVA

==== BUS: Bus 2      DESIGN VOLTS: 13800 BUS VOLTS: 14918 %VD: -8.10
===== PU BUS VOLTAGE: 1.081      ANGLE: -1.4 DEGREES
**** PQ TYPE MACHINE: 0.5+j1      500.0 KW 1000.0 KVAR

LOAD FROM: Bus 1      FEEDER AMPS: 24.4 VOLTAGE DROP: -.566. %VD: -4.10
PROJECTED POWER FLOW: 184.9 KW -604.6 KVAR 832.3 KVA PF: .29 LEADING
LOSSES THRU FEEDER: 6.8 KW 27.4 KVAR 28.2 KVA

LOAD TO: Bus 3      FEEDER AMPS: 30.6 VOLTAGE DROP: .566. %VD: 4.10$
PROJECTED POWER FLOW: 684.9 KW 395.4 KVAR 790.9 KVA PF: .87 LAGGING
LOSSES THRU FEEDER: 10.7 KW 42.8 KVAR 44.1 KVA

==== BUS: Bus 3      DESIGN VOLTS: 13800 BUS VOLTS: 14352 %VD: -4.00
===== PU BUS VOLTAGE: 1.040      ANGLE: -3.8 DEGREES
NET BRANCH DIVERSITY LOAD: 1501.9 KW 593.6 KVAR
** PV TYPE GENERATOR: G3      .0 KW 477.0 KVAR

LOAD FROM: Bus 1      FEEDER AMPS: 34.6 VOLTAGE DROP: 0. %VD: .00
PROJECTED POWER FLOW: 827.7 KW -236.0 KVAR 860.7 KVA PF: .96 LEADING
LOSSES THRU FEEDER: 13.7 KW 54.8 KVAR 56.5 KVA

LOAD FROM: Bus 2      FEEDER AMPS: 30.6 VOLTAGE DROP: .566. %VD: 4.10$
PROJECTED POWER FLOW: 674.2 KW 352.6 KVAR 760.8 KVA PF: .89 LAGGING
LOSSES THRU FEEDER: 10.7 KW 42.8 KVAR 44.1 KVA

```

Note que a tensão na barra 2 é
 $1,081pu \times V_{base} \cong 14,918 \text{ kV}$.

O gerador G3 fornece $Q_{G3} = 0,477pu \times S_{base} = 477 \text{ kVAr}$, para manter a tensão da barra 3 em $14,352 \text{ kV}$ ($1,04pu \times V_{base}$).

4.13 Introdução ao uso do PowerWorld Simulator

A seguir: breve tutorial sobre o *PowerWorld Simulator - Versão 14*.



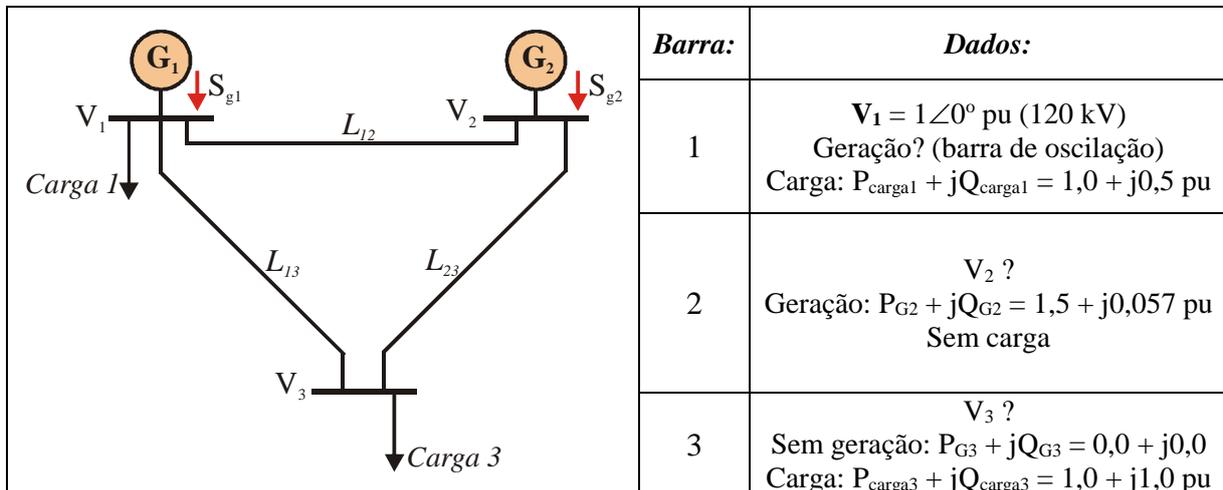
Neste momento, para tornar mais interessante o aprendizado, este tutorial foi direcionado para a solução do mesmo exercício (03) da **seção 4.9**, cujo enunciado é repetido a seguir por conveniência.

"(03) Resolver um problema de fluxo de carga para um sistema de três barras, (cujos valores em pu são para uma base de 50 MVA e 120 kV nas linhas). As linhas de transmissão têm impedâncias:

$$\mathbf{Z}_{L12} = j0,24 \text{ pu}; \mathbf{Z}_{L13} = j0,12 \text{ pu}; \mathbf{Z}_{L23} = j0,05 \text{ pu}."$$

Usando o programa *PowerWorld Simulator*, obtenha:

- (a) A matriz admitância de barra.
- (b) As tensões (módulo e ângulo) de todas as barras em pu e módulos em kV.
- (c) O fluxo de potência nas linhas em pu e em valores reais.
- (d) A potência \mathbf{S}_{G1} produzida pelo gerador 1.
- (e) O consumo total de reativo em cada linha de transmissão e o total nas três linhas.



Tutorial passo a passo:

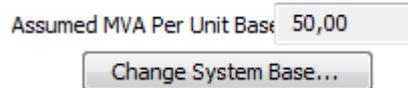
01 – Abra o simulador *PowerWorld*.



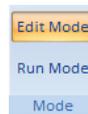
02 - Para iniciar a simulação de um novo caso clique sobre o ícone *New Case*. Será aberta uma tela branca, onde qual será desenhado o diagrama unifilar do sistema de potência (lembre-se: o diagrama unifilar representa um sistema de potência que na prática é usualmente trifásico).



03 – Definindo a potência de base do sistema: selecione a guia *Options* depois o ícone *General* e coloque a S_{base} como 50 MVA, ficando assim:



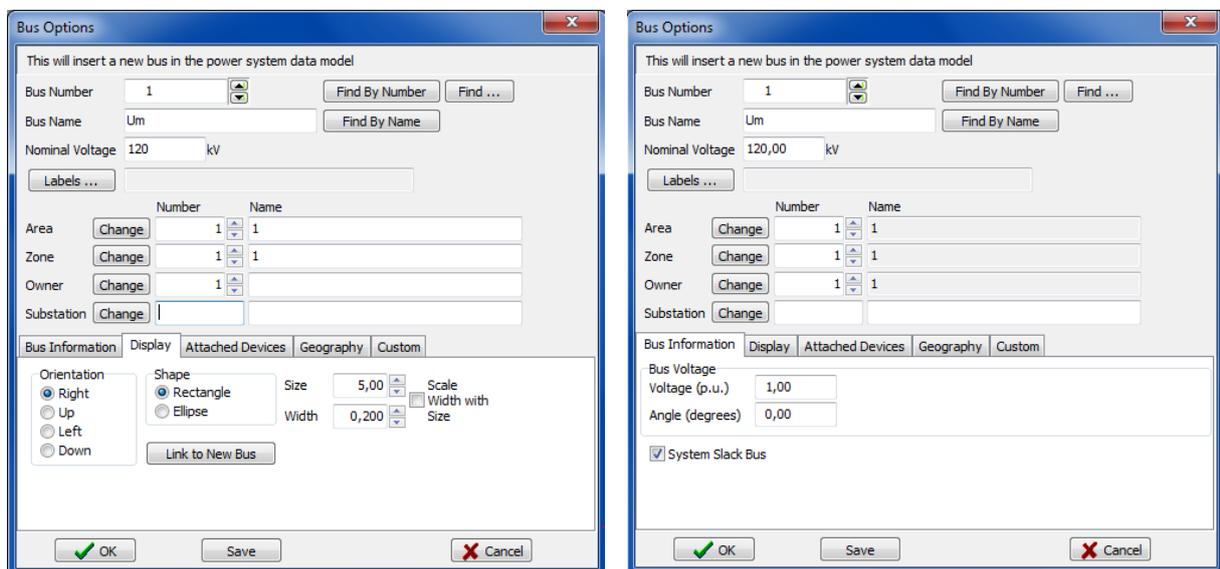
04 – Para começar utilize o modo de edição:



Entrando com uma **BARRA** (ponto de conexão de elementos do sistema de potência): selecione a



guia *Draw*, depois o ícone *Network* e *bus*. Clique na tela no ponto onde deseja criar a barra. Preencha o campo *Bus Name* com o nome Um e a tensão nominal *Nominal Voltage* 120 kV, como mostrado na figura abaixo à esquerda. Os demais campos podem ser deixados como estão. Em seguida na guia *Bus Information* selecione *System Slack Bus*, ou seja, a barra 1 é designada como a barra de oscilação.



No sistema de potência em estudo está conectada uma **CARGA** de $1,0 + j0,5$ pu (50 MW e 25 MVAR) à barra Um que é inserida como se segue: selecione a guia *Attached Devices* e preencha os campos *Base MW* com 50 e *Base Mvar* com 25. Observe que ela ainda não aparece no unifilar, embora já esteja designada para esta barra. Para desenhá-la clique em *Draw* e depois *Load*. No campo *Orientation* direcione para baixo (*Down*). Note que ao inserir a carga, um disjuntor (retângulo vermelho) é também colocado. Esse disjuntor poderá ser manobrado posteriormente na simulação.

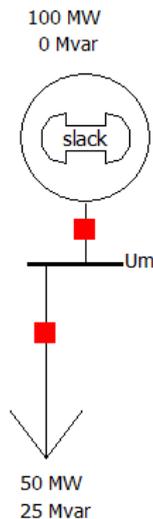
05 – Salve seu unifilar com o nome **TresBarras**. O *PowerWorld* cria os arquivos: TresBarras.PWB no formato binário; TresBarras.PWD arquivo do desenho. Devido a essa separação de arquivos, múltiplos diagramas unifilares podem estar associados a um mesmo caso e, um mesmo unifilar pode ser usado por vários casos.

To save the work that we have done so far, select **Save Case** from the [Application Button](#), or click on the **Save Case**  button. Before the case is saved, Simulator validates the case to make sure that it does not contain any errors. Results from this validation are displayed in the Message Log display, usually shown in the lower right-hand corner of the display. If the log is not visible, click the **Log** on the Log group under **Tools**. Since we have not yet named the case, the **Save As** dialog is displayed. Enter a file name and select **OK**. By default the case is saved using the [PowerWorld Binary format](#) (*.pwb). When saving the case in the future, you will not have to reenter its name. Simulator also asks you to supply a name for saving the oneline diagram we have been drawing. The oneline diagram files have a default extension of *.pwd, which identifies them as PowerWorld Display files. Supply the same name as you gave to the case. Note that, because the case and the oneline are stored in separate files, multiple onelines can be assigned to the same case, and the same oneline can be used by many cases.

06 – Entrando com o **GERADOR** 1: novamente clique em  **Network** selecione **Generator**. No diagrama unifilar clique sobre a barra na qual deseja conectar o elemento. Uma figura como a mostrada a seguir aparece para que sejam atribuídas as características do gerador.

Cada gerador deve ter uma saída em MW especificada. Com a guia **Power and Voltage Control** selecionada entre com 100 MW. **OBS.:** Esse valor (no campo **MW Output**) para um gerador conectado à barra de oscilação é arbitrário, pois a saída do gerador depende das cargas do sistema e das perdas no mesmo. Como é visto na teoria de Sistemas Elétricos de Potência a barra de oscilação é um modelo que garante que o sistema de potência tenha geração suficiente, isto é, a barra oscilante é que fecha o balanço de potência do que se relaciona à geração, carga e perdas no sistema.

Selecione agora a guia **Display Information** e no campo **Orientation** direcione-o para cima (**Up**). Deixe também o **check box** com a opção **Anchored** selecionada. Isso força o gerador a se mover com a barra em ações de reposicionamento no diagrama unifilar. Até aqui seu unifilar ficará semelhante a figura:



07 – Entre agora com a barra 2 e atribua para ela **Bus Name** como sendo Dois. Tensão nominal 120 kV. Não há carga nessa barra.

08 – De forma semelhante ao passo (06) entre com o gerador 2 na barra 2, cuja potência foi dada previamente pelo problema como: $S_{G2} = 1,5 + j0,057$ pu, ou seja: $P_{G2} = 75$ MW e $Q_{G2} = 2,85$ MVar. Para isso, clique em **Draw, Generator**, no diagrama unifilar clique sobre a barra Dois, e preencha os campos:

- **MW Output, Min. MW Output** e **Max. MW Output** todos com 75;
- **Mvar Output, Min Mvars** e **Max Mvars** todos com 2,85.

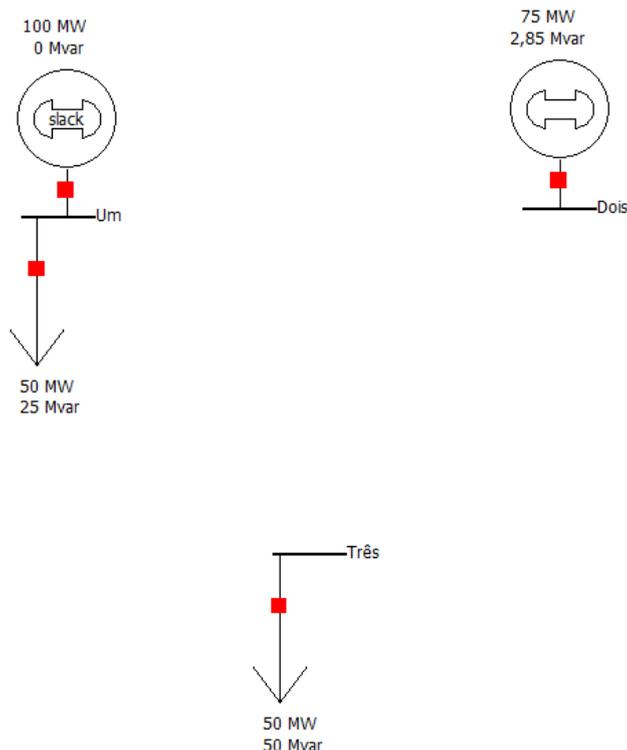
No unifilar, sobre o gerador 2, deve ter aparecido os valores 75 MW e 3 Mvar. Clique duas vezes sobre o 3 Mvar e mude o campo **Digits to Right of Decimal** para 2. Até o momento o diagrama deve ficar parecido com:



09 – Entre agora com a barra 3 e atribua seu nome como Três, de forma semelhante ao descrito para a barra Um no passo (04). Além disso, na guia **Attached Devices** insira os valores da carga que são 50 MW e 50 MVAR entrado em **Base MW** 50 e **Base Mvar** 50. Para mostrar a carga no unifilar pode ser executado o mesmo procedimento do item (04). Mas, vamos aprender uma outra maneira de fazer isso através da guia **Draw**, vá na ferramenta **Auto Insert**:



escolha **Loads...** aceite os valores e clique em OK. Agora seu unifilar deve ter ficado semelhante a:

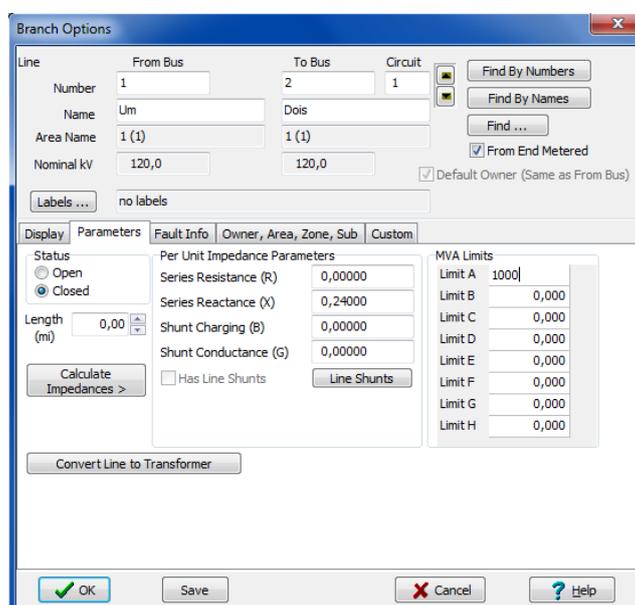


OBS.: linhas de transmissão, geradores, *interfaces*, elementos *shunts*, também podem ser inseridos como objetos no diagrama unifilar através do *Auto Insert* se o elemento já tiver sido registrado.

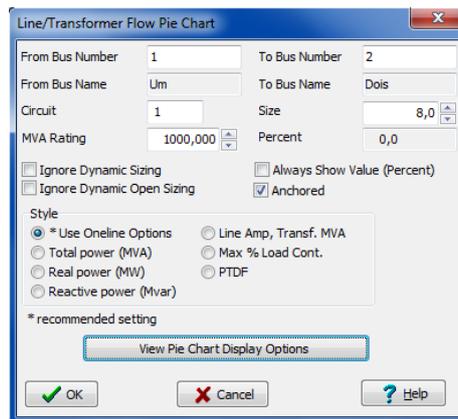
10 – De acordo com o sistema em estudo falta entrar com cada **LINHA DE TRANSMISSÃO** ligando as barras. Novamente em *Draw*, selecione *Network* e *Transmission Line*. Por exemplo, clique na barra Um, ajeite sua linha com cliques intermediários do *mouse* até chegar à barra Dois, sobre a qual clica-se duas vezes para finalizar a linha. **OBS.:** Durante o desenho da linha, a tecla *shift* facilita a criação de ângulos retos no traço.

Será aberta uma caixa de diálogo como mostrado na figura a seguir. Confira se os campos *From Bus* e *To Bus* são 1 e 2 respectivamente. Note a tensão nominal 120 kV em ambas barras. E altere *Series Reactance* como 0,24 que já está em pu (*Per Unit Impedance Parameters*). Recorde que esse valor em pu é em relação à base definida como 50 MVA e 120 kV. Deixe os outros parâmetros em pu zerados, tal como o sistema de potência em estudo.

Os campos *MVA Limits* contêm os *MVA ratings* para a linha. Entre o valor de 1000 para o *Limit A*. Mantenha os demais valores como estão e clique em OK.

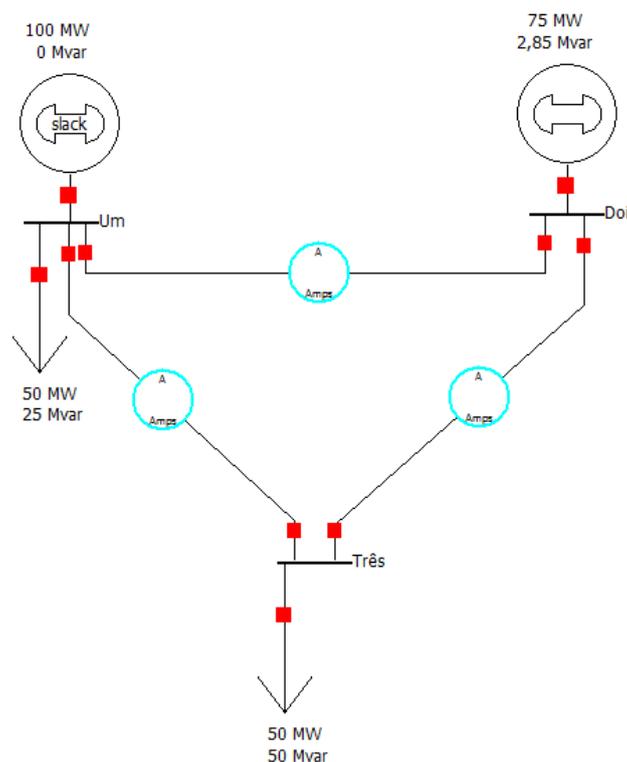


Note que quando a linha é plotada é incluído, automaticamente, um gráfico de torta (ou gráfico de setores - *pie chart*). Clicando duas vezes sobre o mesmo, é aberta a caixa de diálogo:



Este gráfico informa, por exemplo, o carregamento da linha, para o acompanhamento do usuário durante a simulação. Confirme os valores mostrados na figura anterior. Posteriormente podem ser feitas alterações nesse gráfico e, se desejado, pode até ser deletado o que não alterará a simulação. Podem também serem inseridos outros desses gráficos pela guia **Draw, Pies/Gauges, Line Flow Pie Chart**.

11 – Agora vamos ver se você "pegou o jeito". Insira as outras linhas de transmissão lembrando que a linha da barra 1 para a 3 tem reatância série 0,12 pu, e a linha entre as barras 2 e 3 tem reatância série 0,05 pu. No campo **MVA Limits – Limit A** entre para ambas o valor 1000. O diagrama unifilar fica semelhante a:



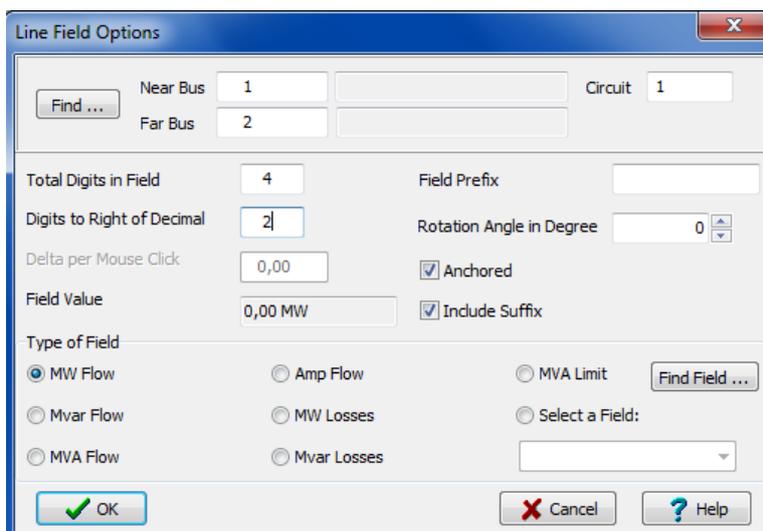
12 – Inserindo **CAMPOS** (*Fields*) de texto, de barras, etc.:



Para adicionar um texto, selecione **Background** e **Text**; clique no local desejado, por exemplo, acima de seu diagrama e digite **Caso Três Barras**. Procure formatar o texto para que fique com a fonte tamanho 28 na cor azul. Outros campos podem ser ativados para mostrar grandezas relativas aos objetos da simulação, além daqueles *defaults* (como MW e MVA de geradores, nomes de barras, etc.), como descrito a seguir.

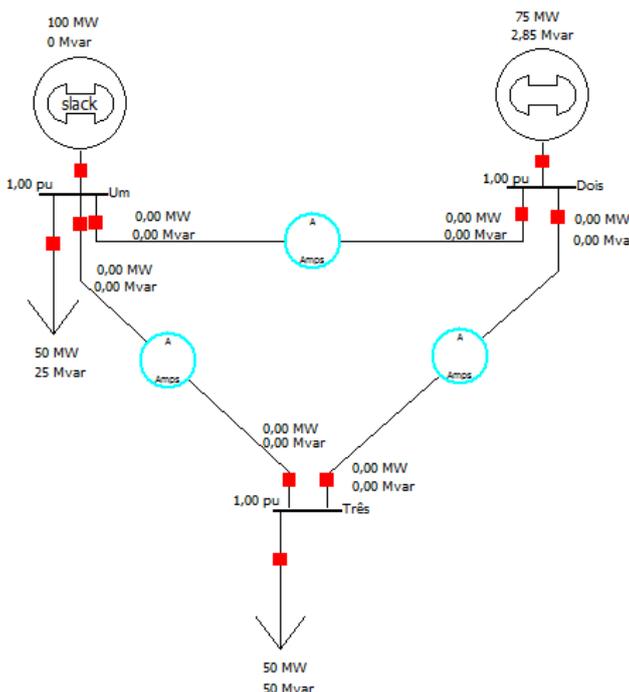
Mostre em seu diagrama, uma importante informação sobre o estado de operação de seu sistema de potência, a magnitude da tensão em cada barra: clique com o botão da direita do *mouse* sobre a barra UM, selecione **Add New Fields Around Bus**, determine a posição desejada; será aberta uma nova caixa de diálogo na qual em **Type of Field** seleciona-se **Bus Voltage** e OK. Repita esse procedimento para as outras barras. Observe que o valor mostrado é em pu. Esses campos podem também serem inseridos com **Field**, **Bus Field** e clicando sobre uma barra.

É muito interessante e informativo acompanhar o fluxo de potência nas linhas de transmissão durante a simulação (próximo tópico). Para isso, serão adicionados campos de fluxo de potência (MW e MVAR) nos dois extremos de cada linha: selecione **Field** e **Transmission Line Field**. Posicionando o ponteiro do *mouse* próximo à barra Um e à linha de transmissão entre as barras 1 e 2, clique no local desejado. Será aberta uma caixa de diálogo: adote duas casas decimais; em **Type of Field** escolha **MW Flow**, como mostra a figura a seguir. Note, para essa linha, os valores 1 e 2 em **Near Bus** e **Far Bus**, respectivamente. Repita o procedimento para adicionar o **Mvar Flow**. Se necessário, por questões estéticas, posicione o campo que mostra a tensão em pu em outro local próximo à barra.



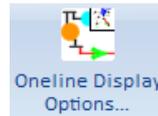
Fazendo isso para todas as linhas de transmissão seu diagrama unifilar ficará semelhante a:

Caso Três Barras



Salve o caso. Agora é simular!

13 – **SIMULAÇÃO**: chegou a hora de simular! Uma das características atrativas desse programa é sua apresentação gráfica dinâmica e interatividade com o usuário. Antes disso, na guia **Onlines** clique em



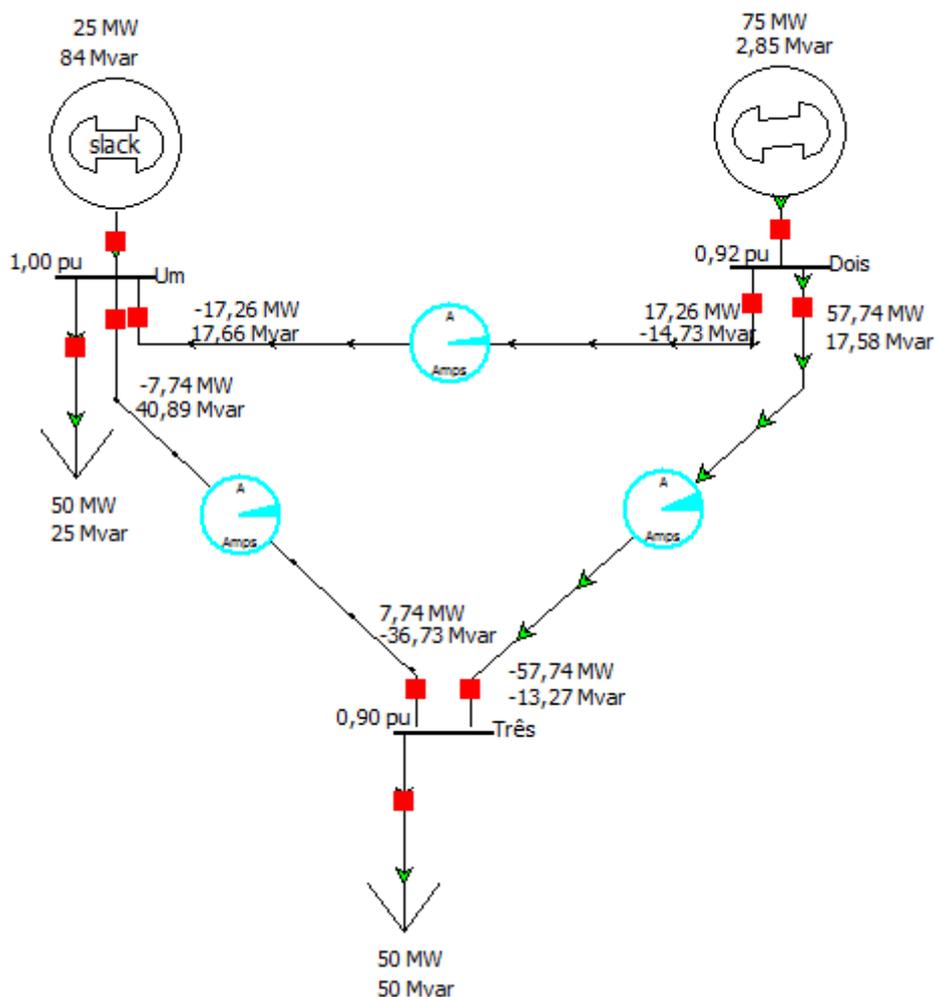
em **Display Options** desmarque as opções de valor absoluto para os fluxo de potência nas linhas, isto é, deixe assim:

- Use Absolute Values for MW Line Flows
- Use Absolute Values for Mvar Line Flows

Agora sim! Clique em **Run Mode** depois na guia **Tools** e sobre o botão **play**:

Se seu sistema de potência ficou semelhante a:

Caso Três Barras



...então seu trabalho foi bem sucedido!!!

Observe as tensões obtidas nas barras.

Note o movimento das setas verdes. Elas indicam o sentido do fluxo de potência ativa somente.

Para entender o sentido do fluxo de potência e o sinal positivo ou negativo, lembre-se que no extremo de cada linha foi designado (ver item 12) o **Near Bus** e **Far Bus**, isto é, por exemplo: considerando a barra 1, no extremo da linha 1 para a linha 2 tem-se -17,26 MW, ou seja, se sai negativo significa que efetivamente chega da barra 2 para a barra 1 os 17,26 MW. O mesmo ocorre com o valor -7,74 MW da barra 1 para a 3, ou seja, chega da barra 3 para a barra 1 os 7,74 MW.

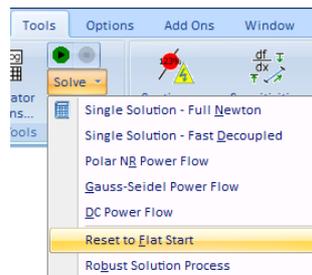
Veja que isso está plenamente de acordo com o balanço de potência: neste exemplo, o gerador fornece 25 MW, chegam 17,26 MW e 7,74 MW, obtém-se $\cong 50 MW$, requeridos para a operação da carga conectada nessa barra. O mesmo ocorre nas demais barras.

Isso também é válido para as potências reativas (Mvar). Por exemplo, na barra 1, seguindo o mesmo raciocínio, sai 17,66 MVAR em direção à barra 2 e sai 40,89 MVAR para a barra 3, mais 25 MVAR requeridos pela carga, obtém-se $\cong 84 MVAR$ fornecidos pelo gerador nessa barra.

Se a janela de **log** estiver visível você poderá ver os bastidores do que o Simulador está fazendo.

Veja a interatividade! Faça testes com a simulação em andamento: o fluxo das potências se altera quando, por exemplo, você abre o disjuntor do gerador na barra 2, desliga cargas, desconecta linhas de transmissão. Observe o que ocorre com o sistema e com todas as grandezas!

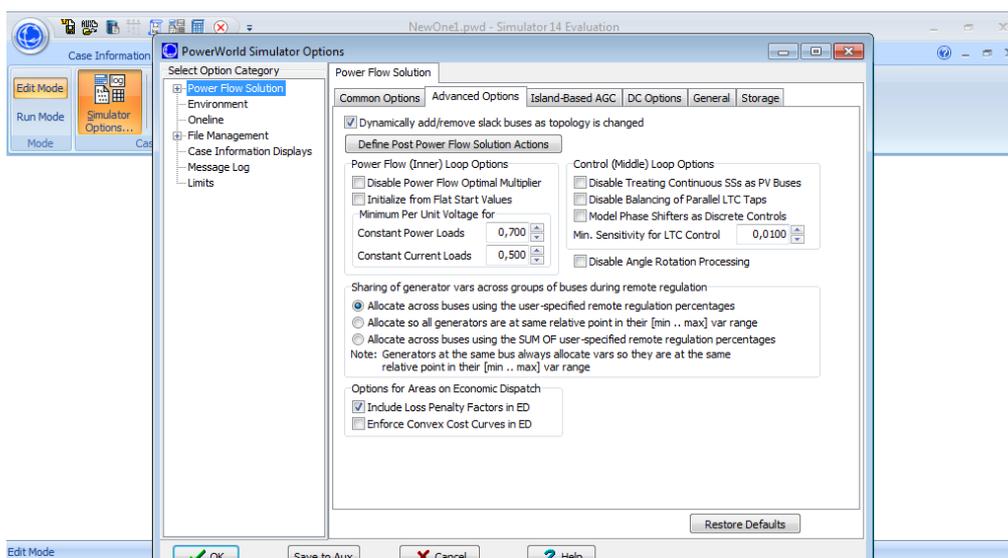
Se ocorrer algum problema com o sistema e não mais conseguir fazer funcionar como antes, tente o **Reset**:



* **Obs.:** caso uma ou mais barras estejam com tensão abaixo de 0,7 pu o **PowerWorld** vai diminuir a carga (modelos potência constante e corrente constante). Para evitar isso:

Clique em **Simulator Options...** Use a guia **Advanced Options**

No campo **Minimum Per Unit Voltage for:** zere o 0,7 e o 0,5. Ver figura:



Enfim: esse tutorial isso foi só uma pequena demonstração. Aprenda mais, muito mais!

- explore mais recursos; - veja o **log**;

- aprenda a entrar com transformadores; disjuntores; bancos de capacitores (*shunts*), etc.

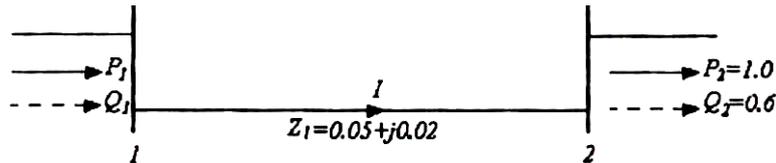
Veja as referências [7], [8] e o site <http://www.powerworld.com>.

4.14 Controle de fluxo de potência

Esta seção tem por objetivo apresentar, de forma qualitativa, alguns métodos para o controle da potência ativa e, sobretudo, reativa em uma determinada barra de um sistema de potência. Vale ressaltar e rever a seção 4.3.2, que discutiu com muita riqueza esse tema, enfocando o ponto de vista do funcionamento global do sistema. Antes de expor os métodos tradicionais de controle e compensação, propõe-se o exemplo a seguir para uma análise inicial.

Exemplo 4.5: injeção de potência reativa, [4]

Para o sistema de duas barras abaixo, ligadas pela impedância Z_l , deseja-se ter $|V_1| = |V_2| = 1,0$ pu, através do suprimento de potência reativa para a barra 2. Sendo inicialmente $|V_2| = 0,933$ pu, determine a potência reativa Q'_2 requerida.



Considere: $|V_1| = 1,0$ pu, $V_2 = 1 \angle 0^\circ$ pu, $Z_l = 0,05 + j0,02$ pu e $S_2 = 1 - j0,6$ pu.

Solução:

Na barra 2, a partir de $S_2 = V_2 \cdot I^*$ e adicionando a potência requerida Q'_2 tem-se para a corrente I :

$$I = \frac{S_2^* + jQ'_2}{V_2^*}$$

A tensão na barra 1 pode ser escrita como:

$$V_1 = V_2 + Z_l I$$

que substituindo a expressão da corrente fornece:

$$V_1 = V_2 + Z_l \frac{S_2^* + jQ'_2}{V_2^*}$$

Substituindo os valores e considerando somente as amplitudes:

$$1 = |1 + (0,05 + j0,02) * [1 + j(Q'_2 - 0,6)]|$$

Portanto $Q'_2 = 4,02$ pu.

Este exemplo mostra como a injeção de potência reativa em uma barra fará com que aumente a magnitude da tensão da mesma. Em outras palavras, controlando a potência reativa pode-se manter a tensão de uma determinada barra em uma magnitude especificada.

Existem quatro métodos básicos de se controlar a potência reativa de uma barra, usando elementos conectados à mesma, quais sejam:

- conectando um banco de capacitores;
- ajustando a excitação de um gerador ou de um motor, síncronos;
- usando um transformador regulador;
- através de compensadores estáticos.

4.14.1 Banco capacitivo conectado à barra

Bancos capacitivos também são usados para o controle de potência reativa e conseqüentemente da tensão de uma barra. Os bancos são ligados em paralelo à barra em questão, como mostrado na fig. 4.17.

Em linhas gerais, o banco de capacitor supre potência reativa para a barra à qual ele é instalado (melhoria do fator de potência). Isto reduz a corrente de linha necessária para suprir uma determinada carga ligada à barra e, conseqüentemente, reduz a queda de tensão na linha.

No caso de um banco de capacitor instalado em um sistema em particular com a tensão na barra igual a $1,0 \angle 0^\circ$ pu, a potência reativa Q fluindo para a barra é:

$$Q = -|I|^2 \cdot X_C = -\left|\frac{1,0}{X_C}\right|^2 \cdot X_C = \frac{1}{X_C}, \text{ em pu}$$

Essa potência reativa, injetada na barra, tende, como visto no **exemplo 4.5**, a aumentar a tensão da barra para acima de 1,0 pu.

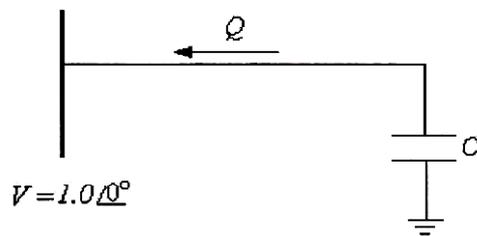


Fig. 4.17. Banco capacitivo ligado à uma barra do sistema de potência.

4.14.2 Ajuste da excitação de uma máquina síncrona

Seja a fig. 4.18, que representa uma máquina síncrona com força eletromotriz E_g em série com sua reatância equivalente. Assume-se que a barra do sistema opera com a tensão de $1,0 \angle 0^\circ$ pu.

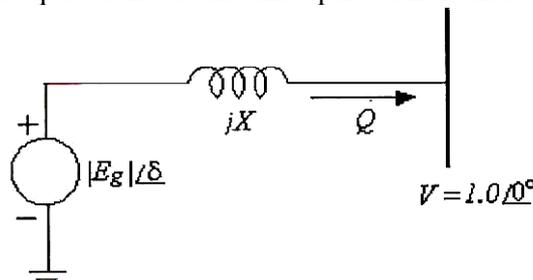


Fig. 4.18. Máquina síncrona conectada à barra em análise.

Como em uma máquina síncrona o módulo da força eletromotriz $|E_g|$ depende da excitação do campo da máquina, uma forma simples de aumentar ou diminuir $|E_g|$ é aumentar ou diminuir a corrente de campo da mesma.

Particularizando a análise para o fluxo de potência reativa somente, e desprezando qualquer fluxo de potência ativa, tem-se a potência reativa gerada para a barra Q_G expressada por (equação da potência reativa gerada por gerador com rotor cilíndrico [1]):

$$Q_G = \frac{V}{X_d} (E - V) \text{ para } \delta = 0^\circ$$

Portanto, superexcitando um gerador síncrono, isto é, para $E \cos \delta > V$ ter-se-á um fluxo de potência reativa Q para a barra. Essa injeção de Q tem como efeito, como visto no **exemplo 4.5**, aumentar a tensão V da barra. Um motor síncrono sem carga ativa usado neste tipo de aplicação é conhecido como um *condensador síncrono*.

4.14.3 Transformador regulador

Transformadores reguladores podem ser usados para controlar o fluxo de potência reativa bem como de ativa, visto que *podem alterar a magnitude e o ângulo de fase das tensões*. Características gerais:

- usualmente ajustam a magnitude da tensão em uma faixa de $\pm 10\%$;
- possuem *tap*'s em seus enrolamentos que permitem alterar a razão de transformação;
- a mudança de *tap* pode ser de duas formas: com carga ou à vazio;
- transformadores de *tap* com carga permitem mudança de *tap* automática motorizada, respondendo ao sinal de relés.

A fig. 4.19 mostra a representação monofásica de um transformador regulador. A magnitude a varia, usualmente, em $\pm 10\%$ (0,1 pu).

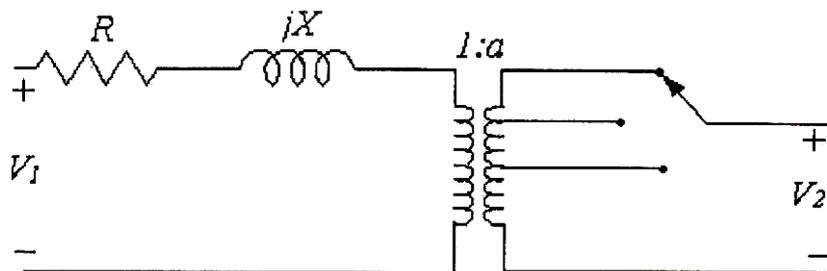


Fig. 4.19. Transformador regulador, modelo monofásico.

Matematicamente, a pode ser real ou complexo:

- quando a é real, o transformador regulador é utilizado principalmente para controlar o fluxo de potência reativa Q entre barras, aumentando ou diminuindo a magnitude da tensão;
- quando a é um número complexo, o ângulo associado com a modifica o ângulo de potência δ e, assim, controla-se a potência ativa P .

4.14.4 Compensadores estáticos

Compensadores estáticos como o reator a núcleo saturado e equipamentos eletrônicos também são empregados na prática para controlar o fluxo das potências ativa e/ou reativa. Esses dispositivos são também usados para reduzir variações de tensão em determinados barramentos. Equipamentos ainda mais modernos combinam as funções de controle de fluxo de potência, de filtros ativos de harmônicos e de controle de outros itens de qualidade da energia elétrica.

Dentre os reguladores eletro-eletrônicos de tensão que promovem a compensação de potência ativa e/ou reativa, pode-se citar:

- Capacitor Chaveado a Tiristores (CCT);
- Reator Controlado por Tiristores (RCT);
- Compensador Estático de Reativos (CE ou SVC - *Static VAR Compensator*);
- Compensador Estático Paralelo Avançado (STATCOM - *Static Compensator* ou ASVC - *Advanced Static Var Compensator*);
- Controlador de Fluxo de Potência Avançado (UPFC - *Unified Power Flow Controller*);

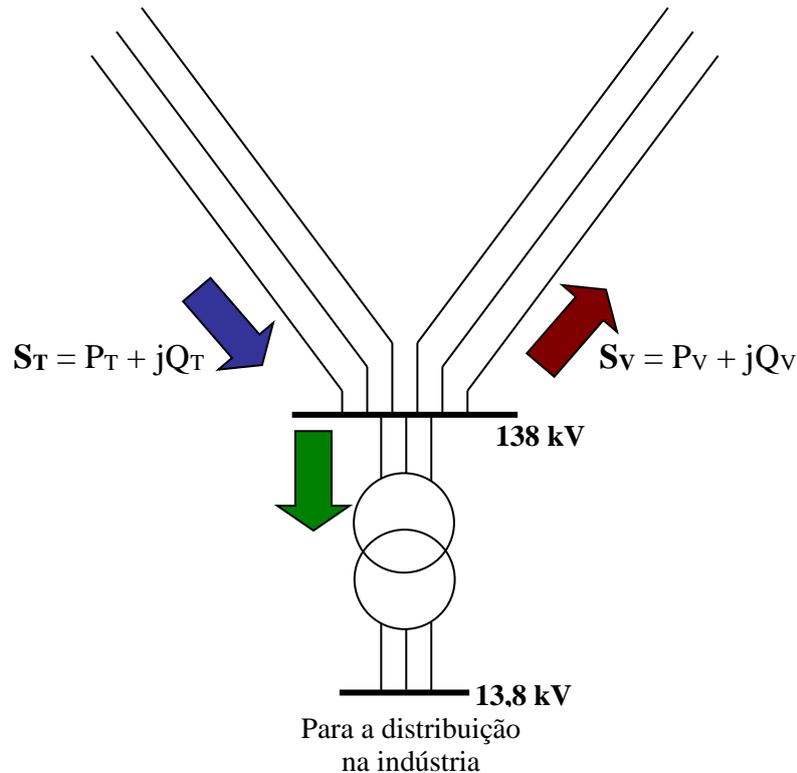
Que integram as funções de controladores de fluxo de potência e de melhoria da qualidade da energia elétrica:

- Compensador Universal UPLC (*Universal Active Power Line Conditioner*).
- Compensador UCPC (*Universal Custom Power Conditioner*).

A referência [9] apresenta um interessante estudo a respeito de compensadores estáticos, topologias série e paralelo, até chegar ao Compensador Universal (UPLC).

4.15 Exercícios finais

(01) Uma linha trifásica com tensão nominal em 138 kV, abastece uma indústria e segue para outra parte do sistema elétrico, conforme ilustra a figura abaixo. Em determinado momento, a potência aparente que chega é $S_T = 80,0 + j48,0$ MVA e a potência aparente que sai é $S_v = 69,0 + j43,8$ MVA. Determine os valores das potências ativa e reativa que alimentam a indústria. Determine também o fator de potência na entrada.



(02) Considere novamente o exercício (04) da seção **4.4 Exercícios iniciais de fluxo de potência**. Nas condições apresentadas obteve-se a corrente de carga I , as tensões nas barras V_1, V_2, V_3 , a força eletromotriz E do gerador, e as potências ativa P_G e reativa Q_G produzidas pelo gerador, como sendo:

Corrente:	Módulo = 1,1111 pu. Ângulo de fase = $-25,8419^\circ$		
Tensões:	Tensão (pu)	Ângulo de fase (graus)	Aberturas angulares (graus)
Gerador	$ E = 1,3390$	$\delta_e = 21,9260$	$\delta_{e1} = \delta_e - \delta_1 = 9,3548$
Barra 1	$ V_1 = 1,1486$	$\delta_1 = 12,5712$	$\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2 = 7,1228$
Barra 2	$ V_2 = 1,0532$	$\delta_2 = 5,4484$	$\delta_{23} = \delta_2 - \delta_3 = 2,6536$
Barra 3	$ V_3 = 1,0254$	$\delta_3 = 2,7948$	$\delta_{34} = \delta_3 - \delta_4 = 2,7948$
Barra 4	$ V_4 = 1,0000$	$\delta_4 = 0,0000$	$\delta_{e4} = \delta_e - \delta_4 = 21,9260$
Gerador:	$P_G = 1,0000$ pu. $Q_G = 0,7930$ pu.		

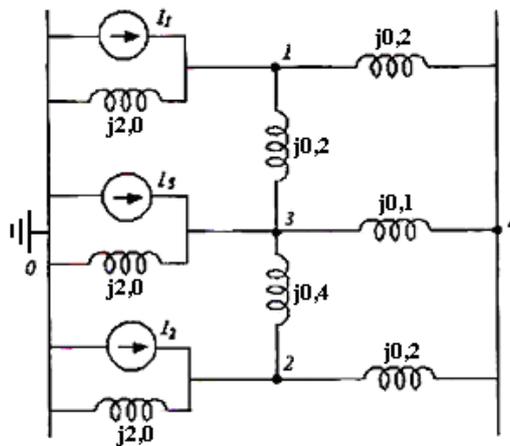
Agora determine (com quatro casas decimais):

(a) Suponha que a potência ativa solicitada pela carga aumente em 50% ($P = 1,5$ pu) mantendo o mesmo fator de potência. Recalcule as grandezas e preencha uma nova tabela. Compare os resultados com a primeira tabela e interprete seu significado.

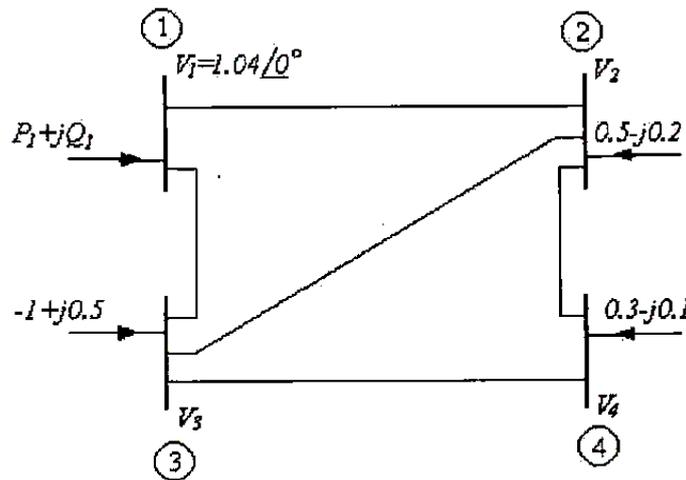
(b) Desta vez considere que a potência ativa solicitada pela carga seja 30% menor em relação à situação original ($P = 0,7$ pu), mantendo o mesmo fator de potência. Recalcule novamente as grandezas e preencha outra tabela. Compare os resultados com a primeira tabela e interprete seu significado.

* Sugestão: faça um programa para realizar todos esses cálculos.

(03) Dada a rede elétrica abaixo com as impedâncias em pu, obtenha a matriz admitância de barra e elabore a expressão $[I] = [Y_{barra}][V]$.



(04) Dado o sistema abaixo, classifique as barras de acordo com os tipos *barra oscilante*, *tensão controlada PV* ou *barra de carga PQ*.



(05) Efetue a 2ª e 3ª iterações do **exemplo 4.3**.

$$\begin{cases} x_1^2 - 4x_2 - 4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

(06) Através da fig. 4.14 analise os resultados obtidos dos cálculos por computador, e verifique o balanço das potências ativa e reativa do **exemplo 4.4**. Qual é o total de perdas ativas e consumo reativo na transmissão, supridos pelo gerador G1 na barra de oscilação?

(07) Para o sistema de 4 barras mostrado no exercício (04) a matriz admitância de barra é:

$$[Y_{barra}] = \begin{bmatrix} 3 - j9 & -2 + j6 & -1 + j3 & 0 \\ -2 + j6 & 3,666 - j11 & -0,666 + j2 & -1 + j3 \\ -1 + j3 & 0,666 - j2 & 3,666 - j11 & -2 + j6 \\ 0 & -1 + j3 & -2 + j6 & 3 - j9 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Com as potências nas barras 2, 3 e 4 como indicado na figura, determine as tensões V_2 , V_3 e V_4 obtidas da 1ª iteração do método de *Gauss-Siedel*. Use como valores iniciais: $V_2 = V_3 = V_4 = 1 \angle 0^\circ$ pu.

(08) Para um sistema de 2 barras, sendo a barra 1 a de oscilação, e a matriz $[Z_{barra}]$ como:

$$[Z_{barra}] = \begin{bmatrix} j1,33 & j1 \\ j1 & j1,5 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Determine V_2 pelo método de *Gauss-Siedel* e depois pelo método de *Newton-Raphson*.
Considere $V_1 = V_2^{(0)} = 1,05 \angle 0^\circ$ pu e uma carga na barra 2 de $0,1 + j0$ pu.

- (09) (a) Desenvolver um programa que implementa o método de *Gauss-Siedel* para sistemas com barras de: oscilação, de carga PQ e de tensão controlada PV.
(b) Implementar o método de *Newton-Raphson* em um programa.

Referências bibliográficas

- [1] ELGERD, O. I., *Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica*, McGraw-Hill, São Paulo-SP, 1981.
- [2] Revista Eletricidade Moderna (EM), Aranda Editora, n. 411, junho de 2008.
- [3] MEIER, A. V., *Electrical Power Systems – A Conceptual Introduction*, IEEE Press / Wiley-Interscience, USA, 2006.
- [4] NASAR, S. A., TRUTT, F. C., *Electrical Power Systems*, CRC Press, USA, 1998.
- [5] ARRUDA, C., *Apostilas do Prof. Colemar Arruda – Curso de Eng. Elétrica*, EMC/UFG.
- [6] GÓMEZ-EXPÓSITO, A., CONJETO, A. J., CAÑIZARES, C., *Sistemas de Energia Elétrica – Análise e Operação*, LTC, Rio de Janeiro, 2011.
- [7] "Tutorial: Creating a New Case Page 1 of 13". Arquivo **PDF**.
- [8] *User's Guide – PowerWorld Corporation – Simulator Version 14, Interactive power system simulation, analysis and visualization, 2001*. Arquivo **PDF**.
- [9] WATANABE E. H., AREDES M., *Teoria de Potência Ativa e Reativa Instantânea e Aplicações — Filtros Ativos e FACTS*, Congresso Brasileiro de Automática (CBA), 1998.

Anexo A – Programa para Fluxo de Potência: método de *Gauss-Siedel* – Sistema sem Barras PV

```
%Metodo de GaussSiedel para calculo de fluxo de potencia - sem barras PV

clear, clc
%===== Entrada de Dados =====%
precisao = 1e-5;
MaxIteracoes = 300;
%Numero de barras:
N =

%Matriz Ybarra: Y (NxN)
Y = [      ];

%Matrizes potencias nas barras: (1xN)
Pger = [NaN      ];
Qger = [NaN      ];
Pcarga = [      ];
Qcarga = [      ];

%Valores iniciais: (1xN)
Vatual = [1.0      ]; %Valores iniciais das tensoes de barra
Vant = [1.0 100      ]; %100 (valor grande) para entrar no laço while
%=====

%Calculo das matrizes potencias P e Q injetadas (liquidadas das barras): (1xN)
P = Pger - Pcarga;
Q = Qger - Qcarga;

%Variavel contadora do numero de iteracoes
cont = 0;

%Solucão das Eqs. do Fluxo de Potencia; Norma Infinita: "norm(V,inf) =
max(abs(V))"
while (norm(Vatual-Vant, inf) > precisao) & (cont < MaxIteracoes)
    cont = cont + 1;
    Vant = Vatual;
    for k = 2:N
        Vatual(k) = 1/Y(k,k)*((P(k)-j*Q(k))/conj(Vant(k))-sum(Y(k,1:k-
1).*Vatual(1:k-1))-sum(Y(k,k+1:N).*Vant(k+1:N)));
    end
end
disp('Numero total de iteracoes:')
cont

disp('=====Solucão===== ')
disp(' ')
disp('V barras: modulos e angulos GRAUS:');
[abs(Vatual); angle(Vatual)*180/pi]'
```